



PODSTAWY STATYKI BUDOWLI

POJĘCIA PODSTAWOWE

Model matematyczny, w odniesieniu do konstrukcji budowlanej, **opisuje ją za pomocą zmiennych**.

Wartości zmiennych należą do zbioru liczb rzeczywistych a reprezentują pewne właściwości rzeczywistej konstrukcji.

The diagram shows two mathematical models. The first model is $y = a \cdot x + b$, where an arrow from the text "zmienna zależna" (dependent variable) points to y , and an arrow from the text "zmienna niezależna" (independent variable) points to x . The second model is $y = a \cdot x + b \cdot z$, where an arrow from the text "zmienna zależna" points to y , and an arrow from the text "zmienna niezależna" points to x .

zmienna zależna $y = a \cdot x + b$ - model 1. parametrowy

zmienna niezależna

$y = a \cdot x + b \cdot z$ - model 2. parametrowy

W stosowanych **modelach** stosuje się **przybliżenia** i **uproszczenia**, redukując liczbę ich parametrów.

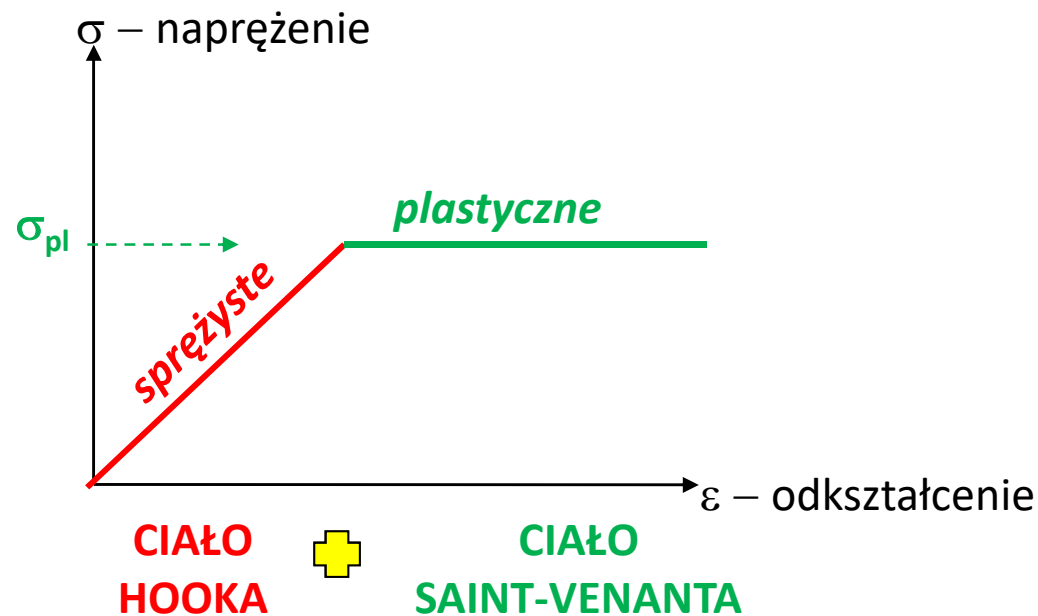
Statyka budowli

zajmuje się obliczaniem **liniowo sprężystych** konstrukcji budowlanych (opisanych modelem liniowo sprężystym), poddanych obciążeniom niezmiennym w czasie

Klasyczna, **liniowa teoria sprężystości** jest **mechaniką ciała** (ośrodka) **odkształcalnego**, opierająca się na następujących założeniach:

- Ciało jest wypełnione w sposób ciągły materią zarówno przed, jak i po odkształceniu (kontinuum materialne).
- Ośrodek ciągły jest fizycznie jednorodny i izotropowy.
- Przemieszczenia i odkształcenia pojawiają się w chwili przyłożenia obciążeń wywołujących naprężenia.
- Istnieje naturalny beznapięciowy (beznaprężeniowy) stan ciała, do którego powraca ono zawsze po odciążeniu.
- Odkształcenia i przemieszczenia są bardzo małe.
- Ośrodek ciągły (materiał) zachowuje się zgodnie z prawem Hooke'a.
- Funkcje określające naprężenia, przemieszczenia i odkształcenia są ciągłe i różniczkowalne.

modelem **liniowo sprężysty** a jego fizyczne ograniczenia



W statyce budowli stosuje się następujące, **podstawowe modele**:

- **PŁASKIE UKŁADY TARCZ SZTYWNYCH**
- **PŁASKIE UKŁADY PRĘTOWE.**

Analiza tych układów prowadzona jest w ogólności w zakresie:

- **analizy kinematycznej** - sprawdzenia statyczności układu
- **analizy statycznej** – sprawdzanie równowagi sił układu:
 - analizy obciążeń
 - analizy sił podporowych (reakcji)
 - analizy sił wewnętrznych

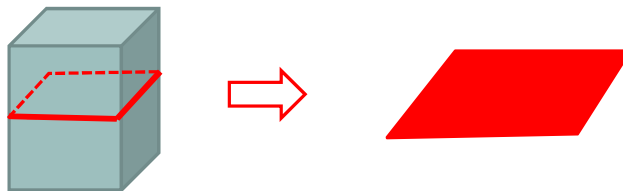
TARCZE SZTYWNE



Szczególny przypadek bryły sztywnej

Bryła sztywna jest to ciało trójwymiarowe, w którym odległość dwóch dowolnych punktów nie zmienia się niezależnie od działających na to ciało obciążeń.

Tarcza sztywna powstaje poprzez wycięcie w bryle sztywnej nieskończenie cienkiego plastra.

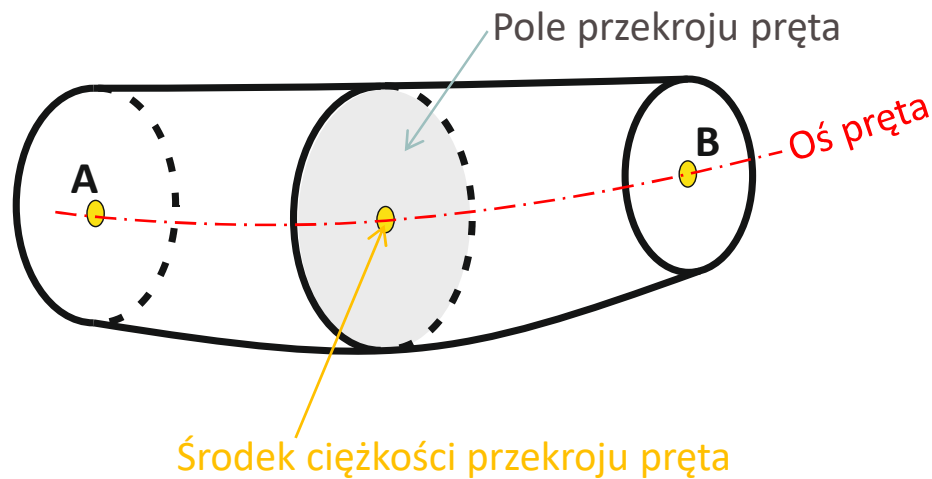


PRĘT



Podłużny element konstrukcyjny, którego jeden wymiar (*długość*) jest znacznie większy od dwóch pozostałych.

Bryła geometryczna wypełniona materiałem



Model matematyczny
(oś pręta)



PRĘT



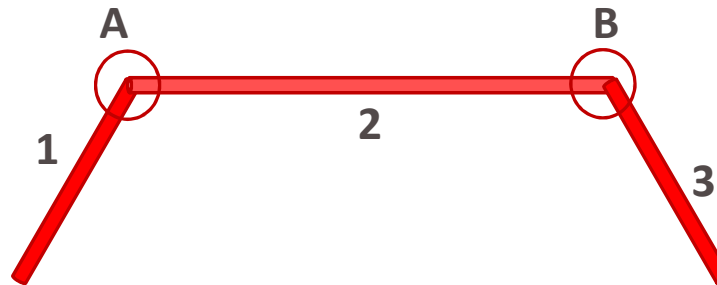
Podłużny element konstrukcyjny, którego jeden wymiar (*długość*) jest znacznie większy od dwóch pozostałych.



UKŁAD PRĘTOWY



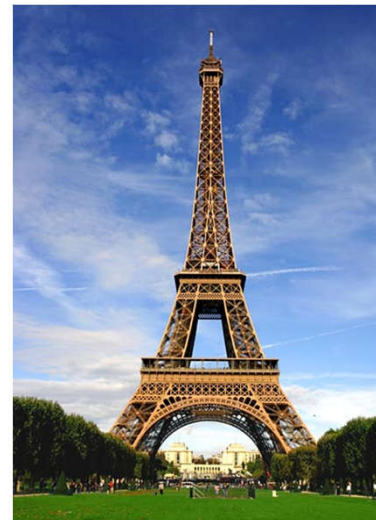
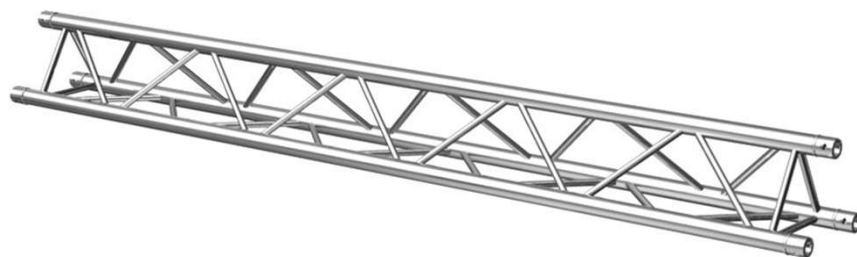
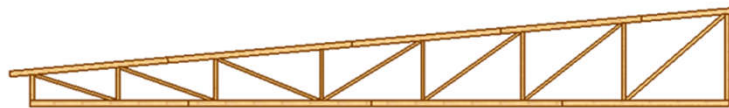
Ustrój mechaniczny składający się z prętów połączonych w węzłach. Rozróżniamy układy prętowe płaskie i przestrzenne.



WĘZEŁ



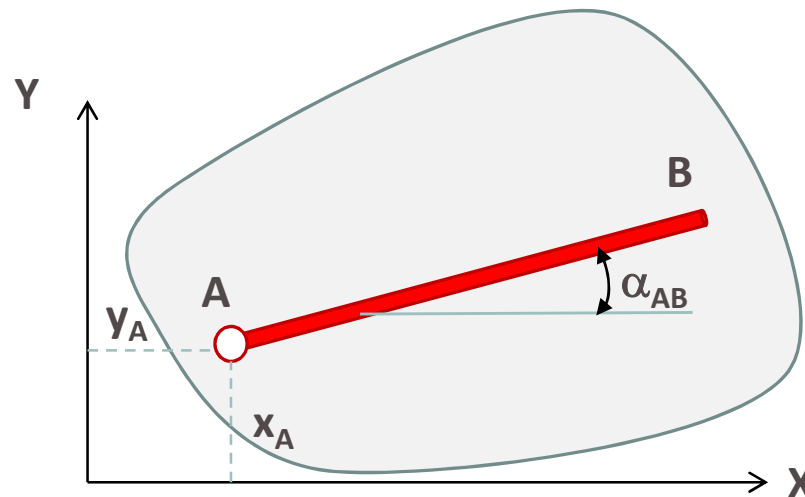
Fragment konstrukcji budowlanej stanowiący połączenie jej elementów; miejsce, w którym schodzą się pręty.



STOPIEŃ SWOBODY



Niezależny parametr, za pomocą którego opisujemy położenie ciała na płaszczyźnie.



Tarcze sztywne mają 3 stopnie swobody.

PŁASKIE UKŁADY TARCZ SZTYWNYCH

Konstrukcja budowlana **nie może być mechanizmem**. Powinna być stabilna i nie może wykonywać żadnych ruchów.



Unieruchomienie tarczy sztywnej polega na **odebraniu jej stopni swobody**.



Dokonujemy tego za pomocą **więzów**.



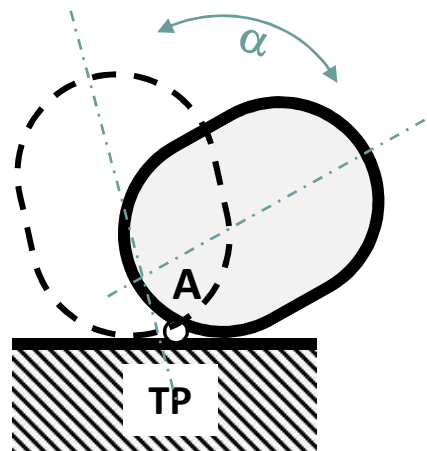
Więzami **łączymy tarcze sztywne** ze sobą lub z **tarczą podporową (TP)**.

TP to szczególny przypadek tarczy sztywnej, która nie zmienia swojego położenia.

Układ składający się z jednej lub **kilku tarcz sztywnych, więzów** oraz **tarczy podporowej** nazywamy **płaskim układem tarcz sztywnych**.

Rodzaje więzów:

- przegub (przegub rzeczywisty)
pozwała tarczy sztywnej tylko na obrót wokół niego

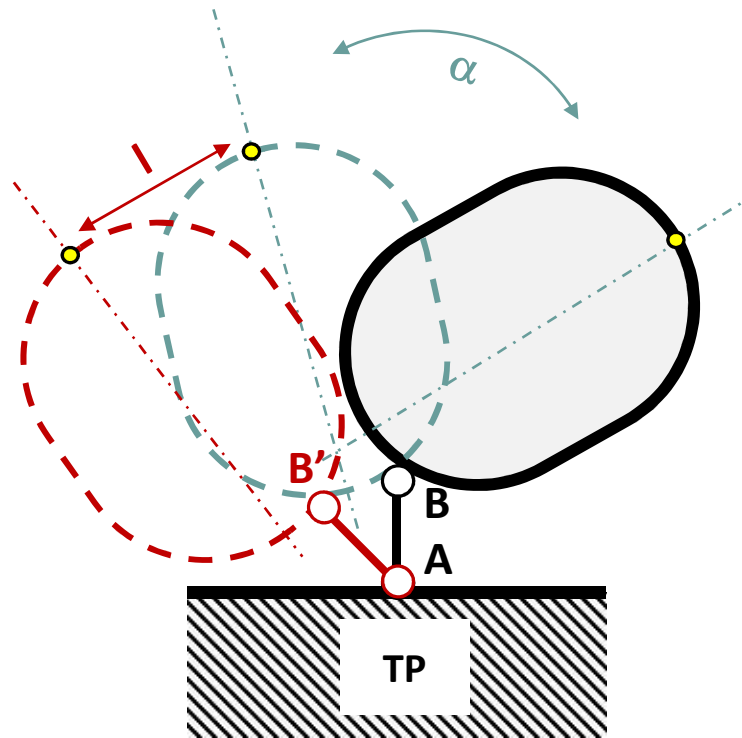


odbiera dwa
stopnie
swobody

Rodzaje więzów:

- pręt podporowy

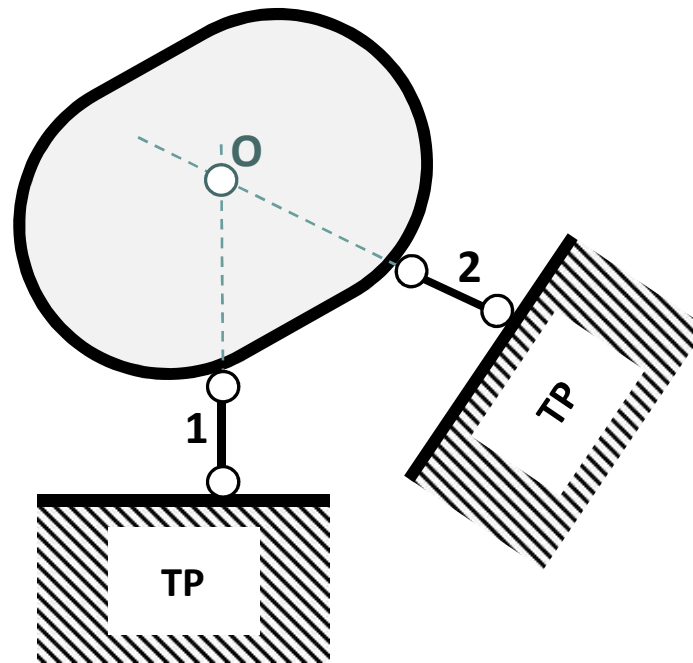
pozwała tarczy sztywnej na obrót i przemieszczenie



odbiera jeden
stopień
swobody

Rodzaje więzów:

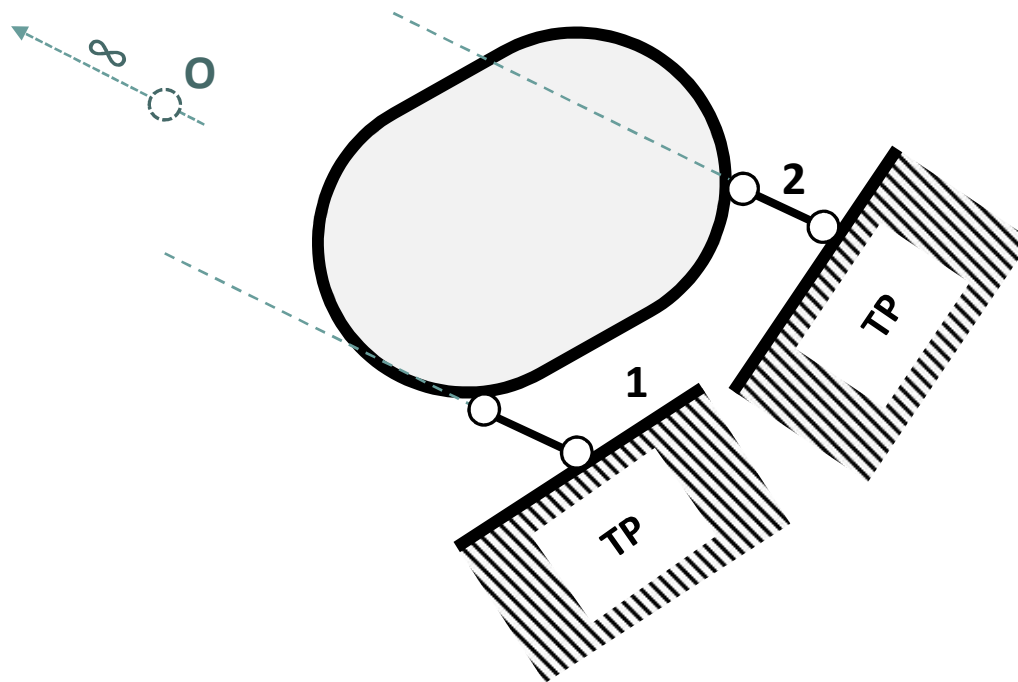
- przegub fikcyjny
 - tworzą go dwa dowolne, nierównoległe pręty podporowe;
 - znajduje się w punkcie przecięcia kierunków obu prętów



odbiera dwa
stopnie
swobody

Rodzaje więzów:

- przegub niewłaściwy
 - tworzą go dwa dowolne, równoległe pręty podporowe;
 - znajduje się w nieskończoności, na prostej równoległej do kierunków obu prętów



odbiera dwa
stopnie
swobody

Warunek konieczny geometrycznej niezmienności

Płaski układ TS jest geometrycznie niezmienny jeżeli spełnia warunek:

$$3 \cdot t \leq p$$

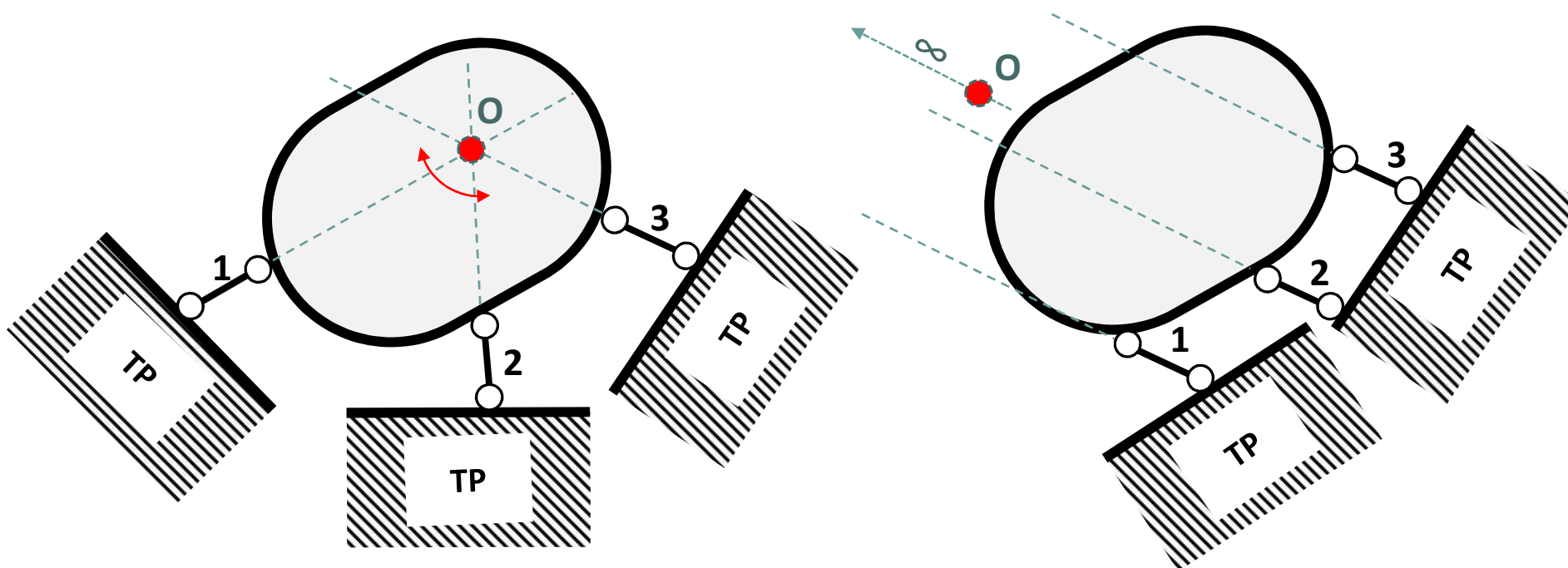
Układy spełniające warunek $3 \cdot t = p$ mogą być układami **statycznie wyznaczalnymi**.

Uwaga: układy spełniające warunek $3 \cdot t < p$ mogą być układami **statycznie niewyznaczalnymi**.

Układy niespełniające tego warunku są układami **geometrycznie zmiennymi**, a więc mechanizmami.

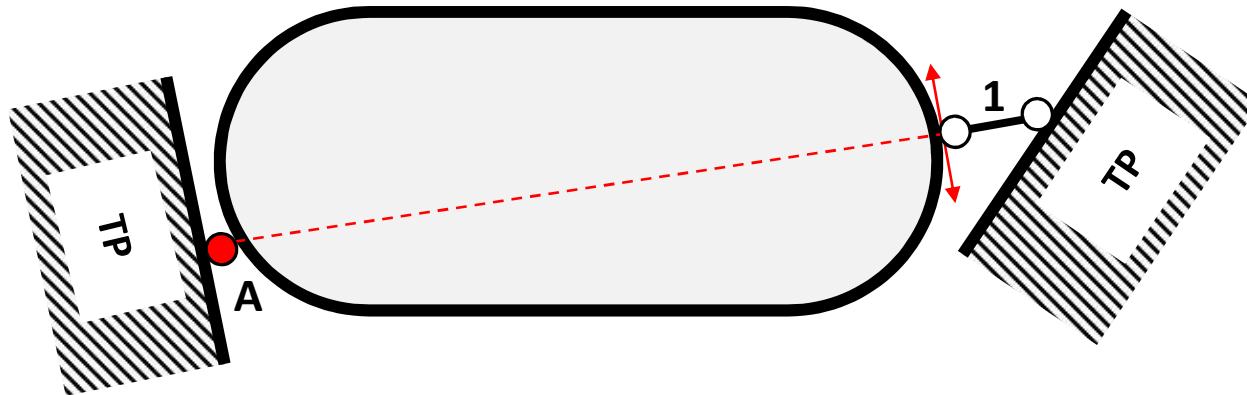
Warunki dostateczne geometrycznej niezmienności

1. Kierunki prętów podporowych nie przecinają się w jednym punkcie.



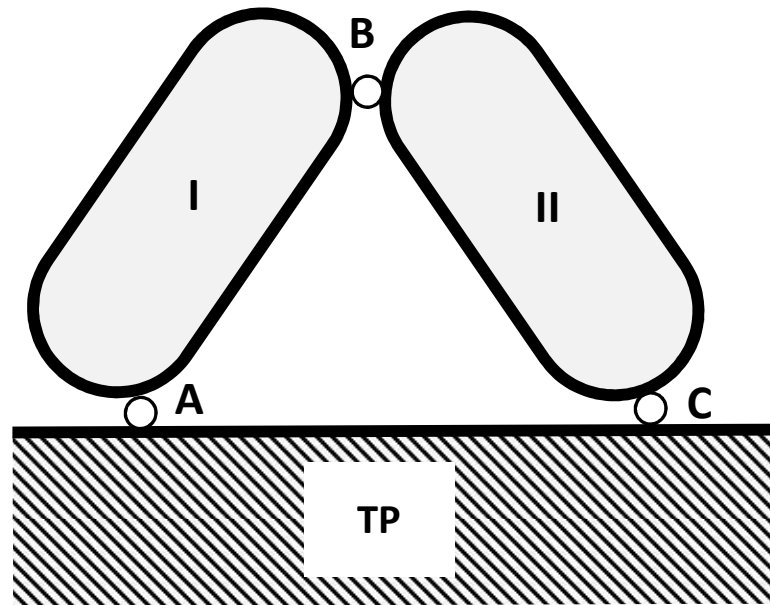
Warunki dostateczne geometrycznej niezmienności

2. Przegub nie leży na kierunku pręta podporowego.



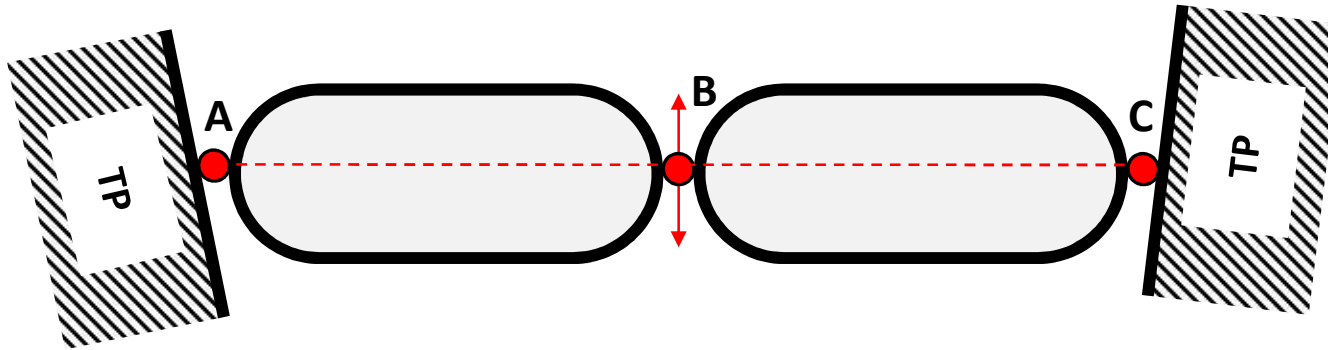
Układ trójpřzegubowy

Układem trójpřzegubowym nazywamy **układ dwóch tarcz sztywnych połączonych między sobą dowolnymi przegubami**, a każda z tych tarcz jest połączona z tarczą podporową także dowolnym przegubem.



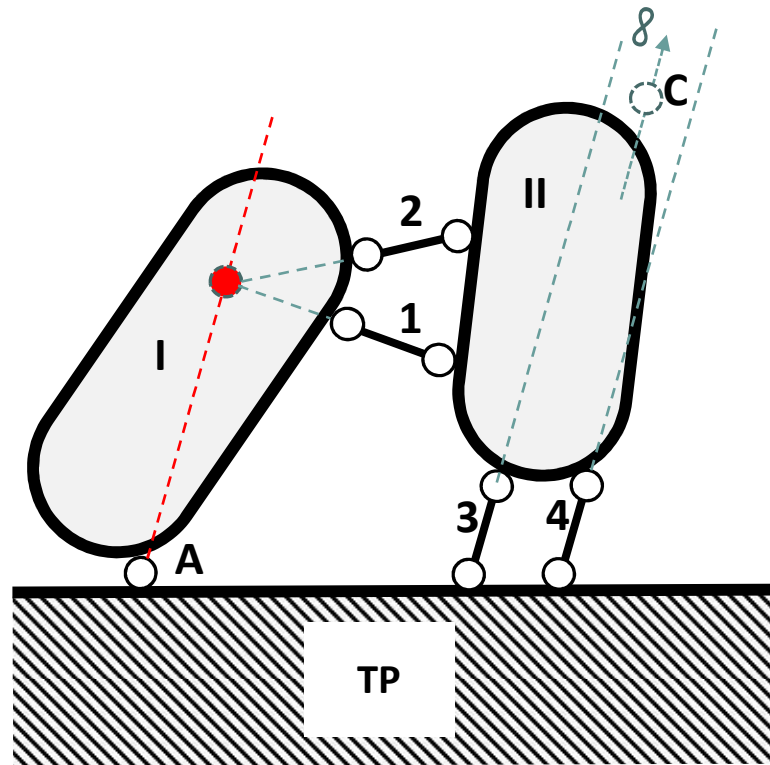
Układ trójpřzegubowy – warunek geometrycznej niezmienności

Wszystkie trzy przeguby **nie mogą** leżeć na jednej prostej.



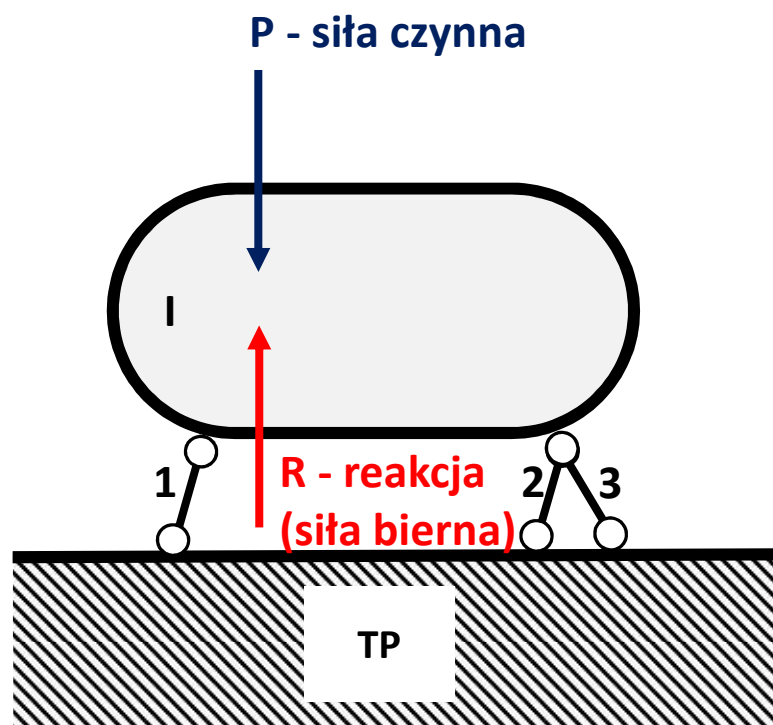
Układ trójpřzegubowy – warunek geometrycznej niezmienności

Punkt przecięcia dwóch prętów zastępujących przegub i jeden z przegubów, nie mogą leżeć na prostej równoległej do kierunku pozostałych prętów.



Analiza warunków geometrycznej niezmienności układu
to
ANALIZA KINEMATYCZNA

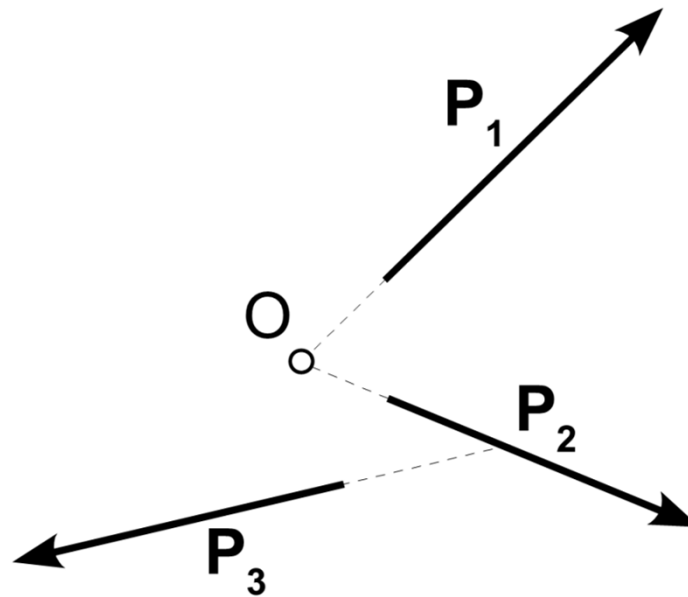
ANALIZA STATYCZNA UKŁADU



Analiza statyczna - wyznaczanie wartości i zwrotów reakcji

Płaski układ sił niezbieżnych:

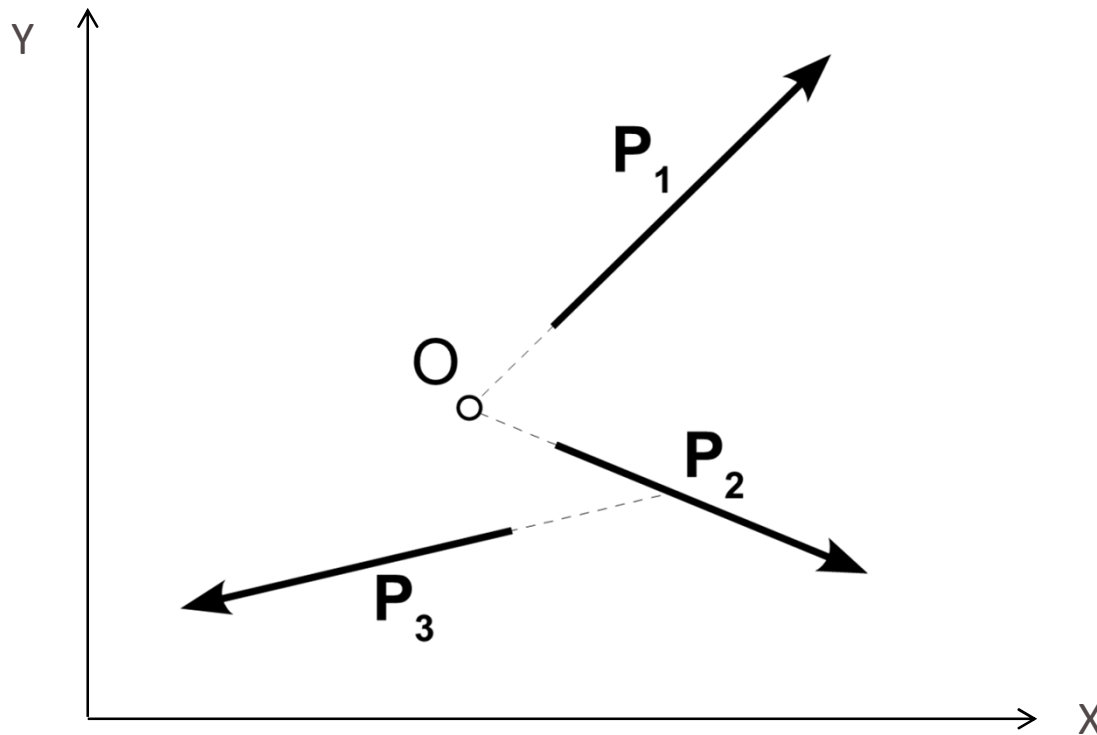
układ, w którym siły leżą na płaszczyźnie, a ich kierunki nie przecinają się w jednym punkcie.



Równowaga płaskiego układu sił niezbieżnych

jest spełniona, gdy prawdziwe są następujące równania, np.:

- $\sum X = 0$
- $\sum Y = 0$
- $\sum M_O = 0$



PŁASKIE UKŁADY PRĘTOWE

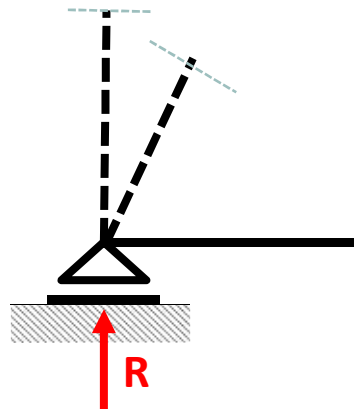
Więzy w płaskich układach prętowych

Stopnie swobody odbieramy poprzez więzy, które nazywamy **podporami**. Zakładamy w nich brak tarcia.

Wyróżniamy następujące rodzaje podpór:

- **przegubowo-przesuwna**

Na podporze przegubowo-przesuwnej działa reakcja - **R**, której kierunek jest prostopadły do kreski oznaczającej tę podporę.



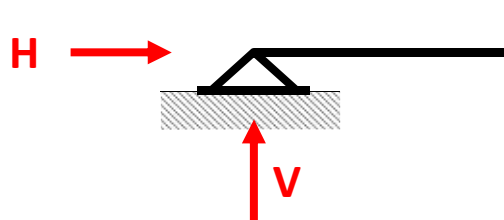
Więzy w płaskich układach prętowych

Stopnie swobody odbieramy poprzez więzy, które nazywamy **podporami**. Zakładamy w nich brak tarcia.

Wyróżniamy następujące rodzaje podpór:

- **przegubowo-nieprzesuwna**

Na podporze przegubowo-nieprzesuwnej działają dwie składowe reakcje: pozioma – **H** i pionowa – **V**.



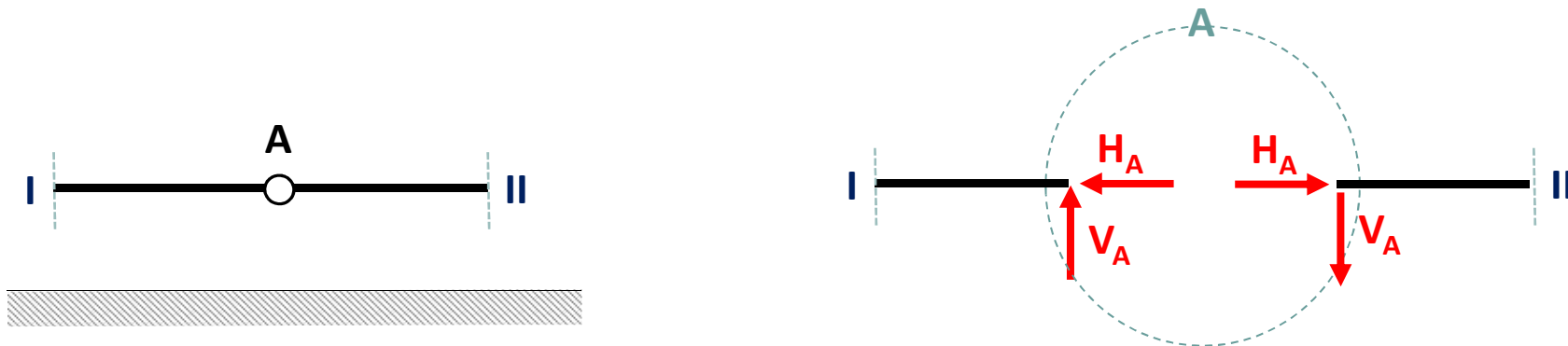
Więzy w płaskich układach prętowych

Stopnie swobody odbieramy poprzez więzy, które nazywamy **podporami**. Zakładamy w nich brak tarcia.

Wyróżniamy następujące rodzaje podpór:

- **przegub**

Przegub pomiędzy dwiema TS - działają dwie składowe reakcje: pozioma – H i pionowa – V i reakcje te się równoważą.



Więzy w płaskich układach prętowych

Stopnie swobody odbieramy poprzez więzy, które nazywamy **podporami**. Zakładamy w nich brak tarcia.

Wyróżniamy następujące rodzaje podpór:

- **teleskopowa**

Na podporze działają dwie składowe reakcje:
pionowa – V i moment – M .



Więzy w płaskich układach prętowych

Stopnie swobody odbieramy poprzez więzy, które nazywamy **podporami**. Zakładamy w nich brak tarcia.

Wyróżniamy następujące rodzaje podpór:

- **ślizgowa**

Na podporze działają dwie składowe reakcje:
pozioma – **H** i moment – **M**.



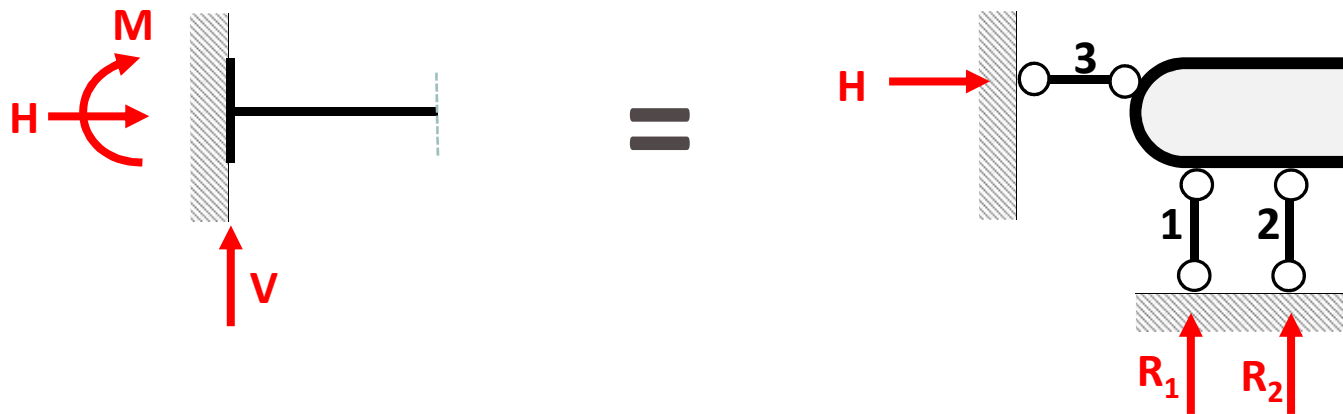
Więzy w płaskich układach prętowych

Stopnie swobody odbieramy poprzez więzy, które nazywamy **podporami**. Zakładamy w nich brak tarcia.

Wyróżniamy następujące rodzaje podpór:

- **utwierdzenie**

Na podporze działają dwie składowe reakcje:
pionowa – V , pozioma – H i moment – M .



Belki

Belka jest to układ prętowy składający się z jednego lub wielu prętów prostych, których osie leżą na prostej poziomej.



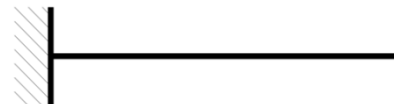
Pręty te są podparte wszystkimi rodzajami podpór.



Jeżeli belka składa się tylko z jednego pręta, to nazywamy ją belką prostą.

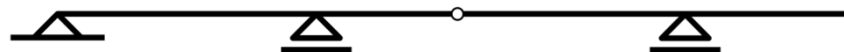


swobodnie podparta



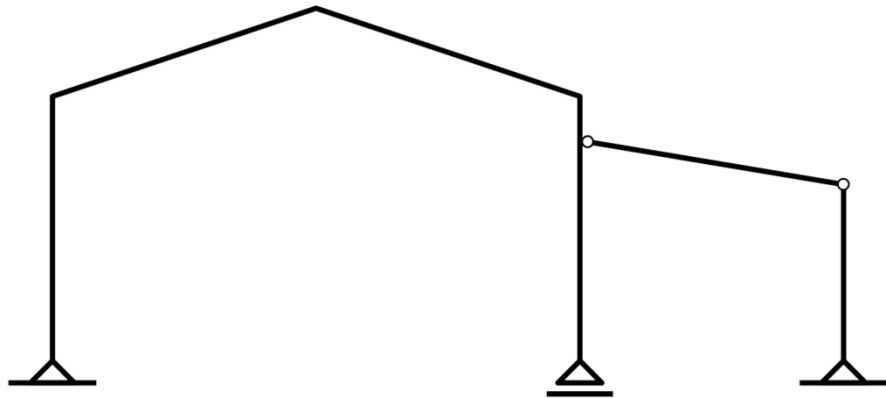
wspornikowa

Jeżeli składa się z przynajmniej dwóch prętów, to wtedy nazywamy ją belką złożoną.



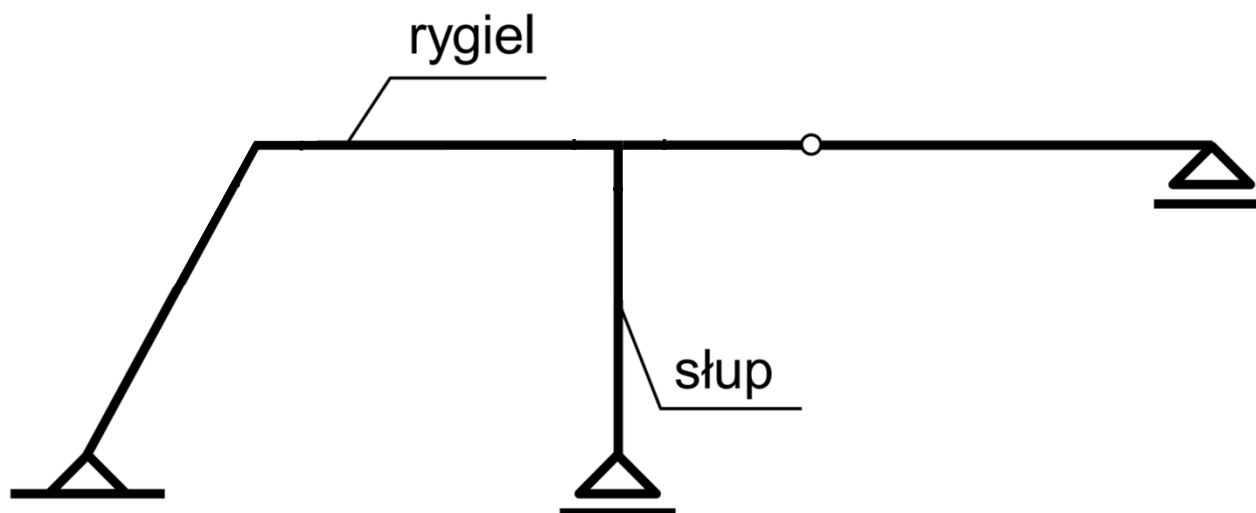
Ramy płaskie

Ramą płaską nazywamy układ prętowy złożony z jednego lub wielu prętów prostych, które nie leżą na jednej prostej, a podparte mogą być wszystkimi typami podpór.



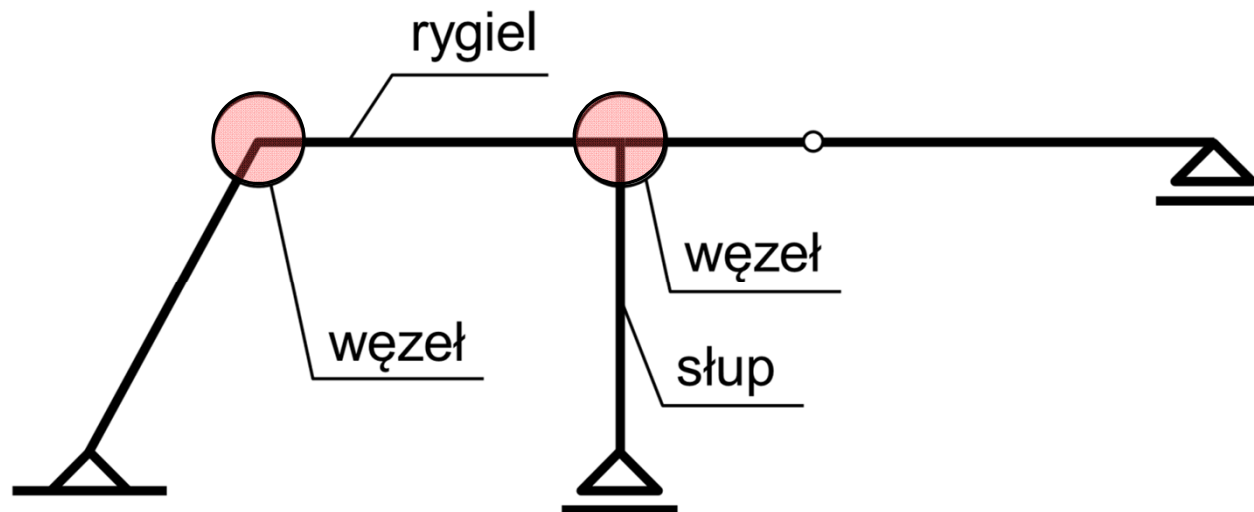
Ramy płaskie

W ramie płaskiej pionowe elementy to słupy, poziome to rygle.



Ramy płaskie

W ramie płaskiej pionowe elementy to słupy, poziome to rygle.



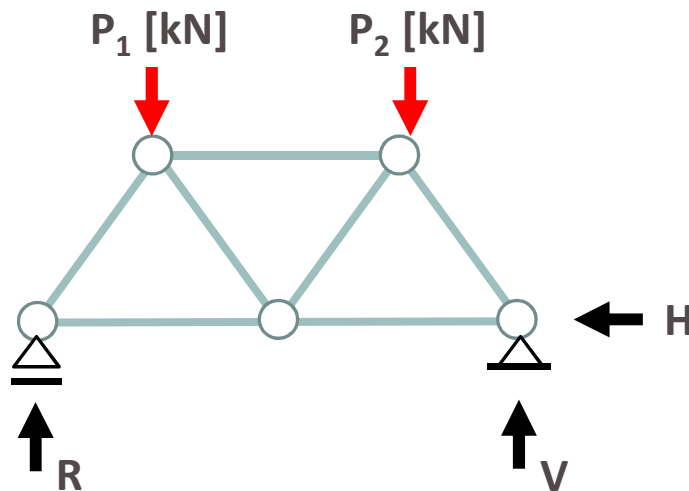
Punkty, w których poszczególne pręty są połączone sztywno, a nie za pomocą przegubu, nazywamy węzłami ramy.

Kratownice

Kratownicą nazywamy układ prętów prostych wzajemnie połączonych w węzłach przegubami.

Zakładamy, że osie prętów przecinają się w węzłach oraz że w przegubach nie ma tarcia.

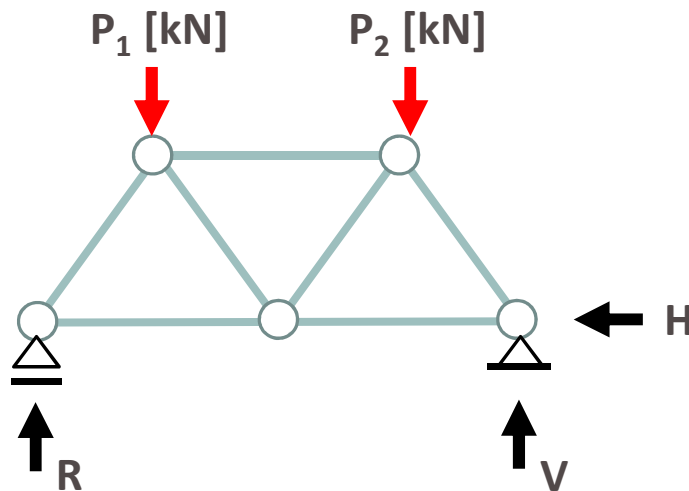
Zakładamy również, że siły zewnętrzne zarówno czynne (obciążenia), jak i bierne (reakcje podporowe) działają bezpośrednio na węzły.



Kratownice

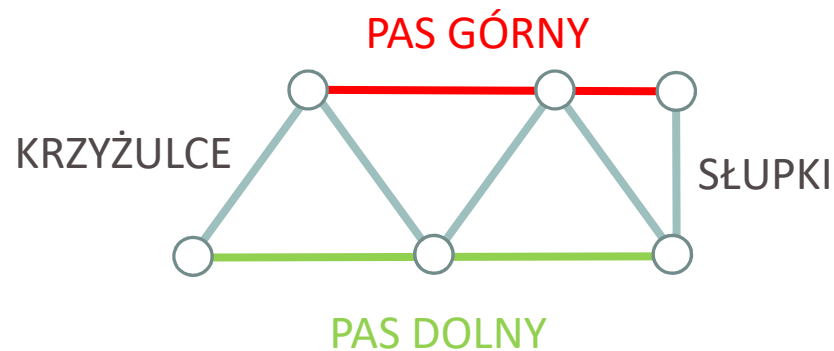
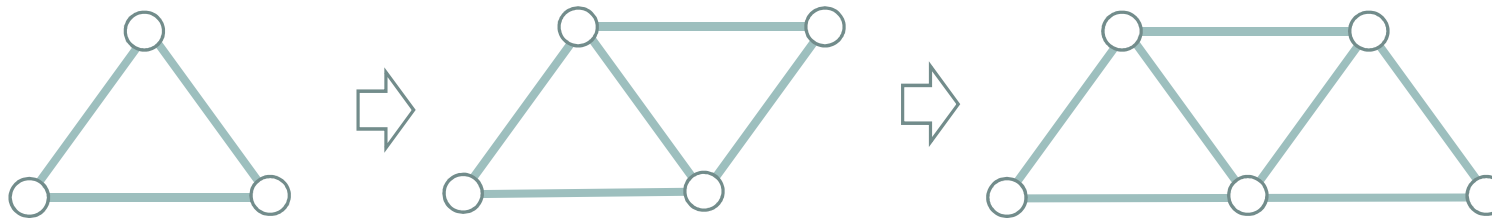
Kratownicą nazywamy układ prętów prostych wzajemnie połączonych w węzłach przegubami.

Zakładamy, że pręty kratownicy i węzły podporowe są nieodkształcalne (obowiązuje zasada zeszywnienia).



Kratownice

- Układy płaskie i układy przestrzenne.
- Struktury proste i struktury złożone.



- Pas dolny i górny mogą być II lub zbieżne.
- Kratownice mogą być swobodnie podparte lub tworzyć układy trójprzegubowe.

Kratownice – analiza kinematyczna

Kratownica jest geometrycznie niezmienna jeżeli spełnia warunek:

$$2 \cdot w \leq p + r$$

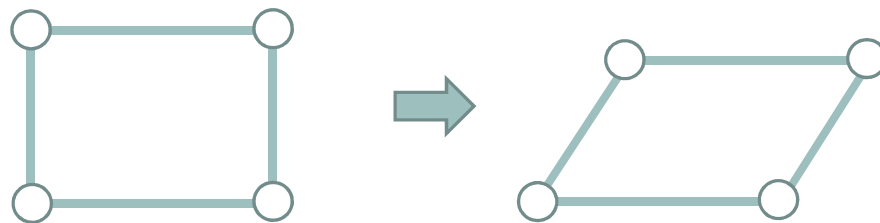
Układy spełniające warunek $2 \cdot w = p + r$ mogą być układami **statycznie wyznaczalnymi**.

Uwaga: układy spełniające warunek $2 \cdot w < p + r$ mogą być układami **statycznie niewyznaczalnymi**.

Układy niespełniające tego warunku są układami **geometrycznie zmiennymi**, a więc mechanizmami.

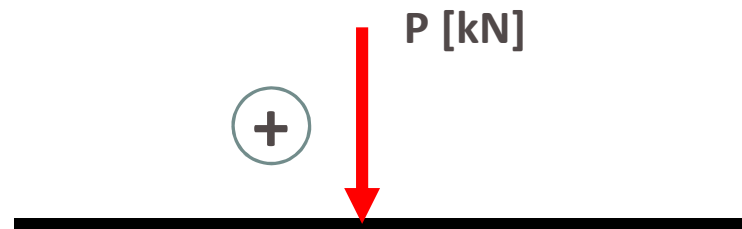
Kratownice – analiza kinematyczna

1. Kierunki prętów podporowych nie przecinają się w jednym punkcie.
2. Przegub nie leży na kierunku pręta podporowego.
3. Postać geometryczna kratownicy nie może ulec zmianie.



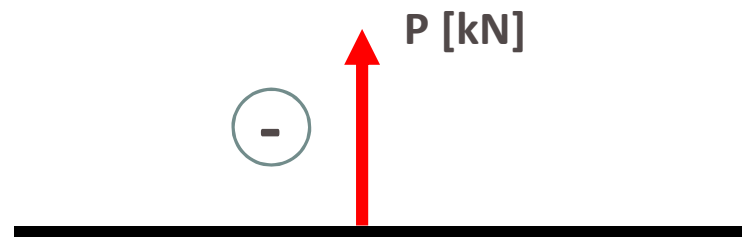
Obciążenia układów prętowych

Siła skupiona



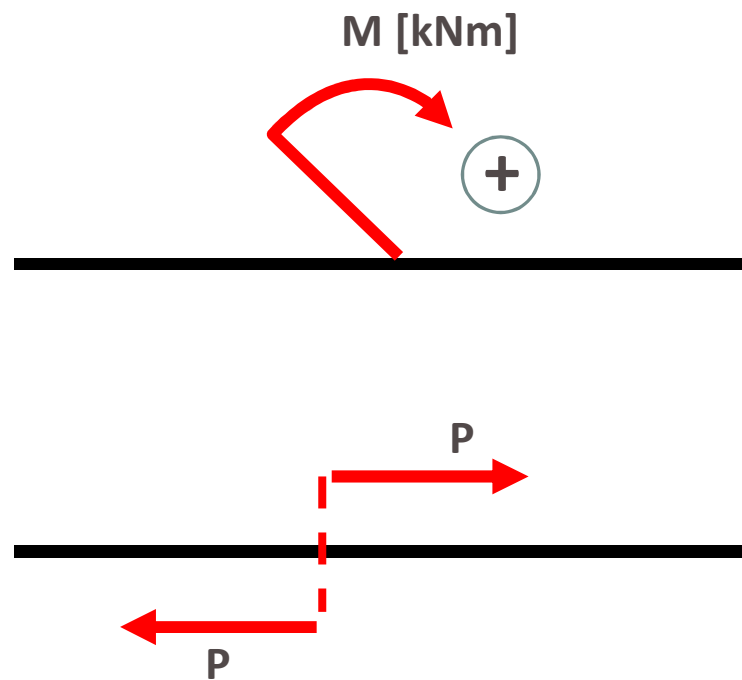
Obciążenia układów prętowych

Siła skupiona



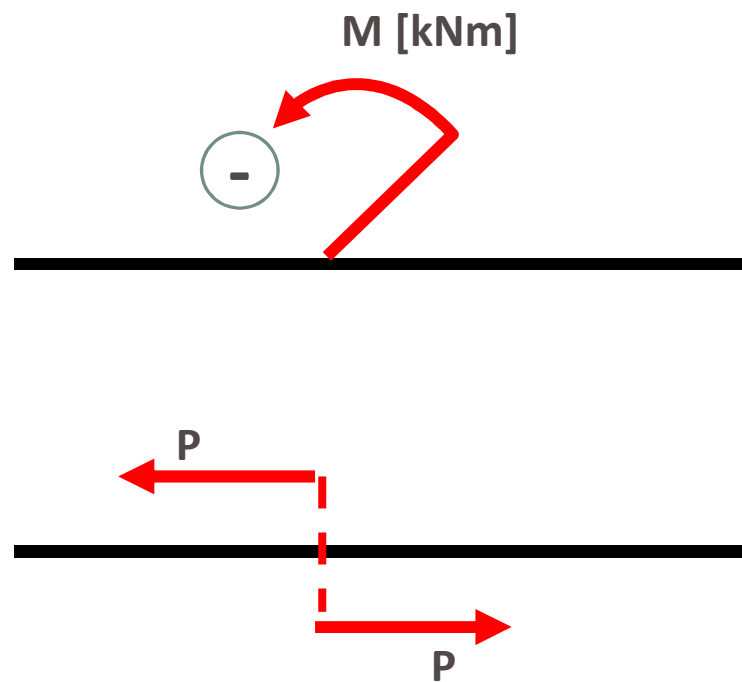
Obciążenia układów prętowych

Moment obrotowy



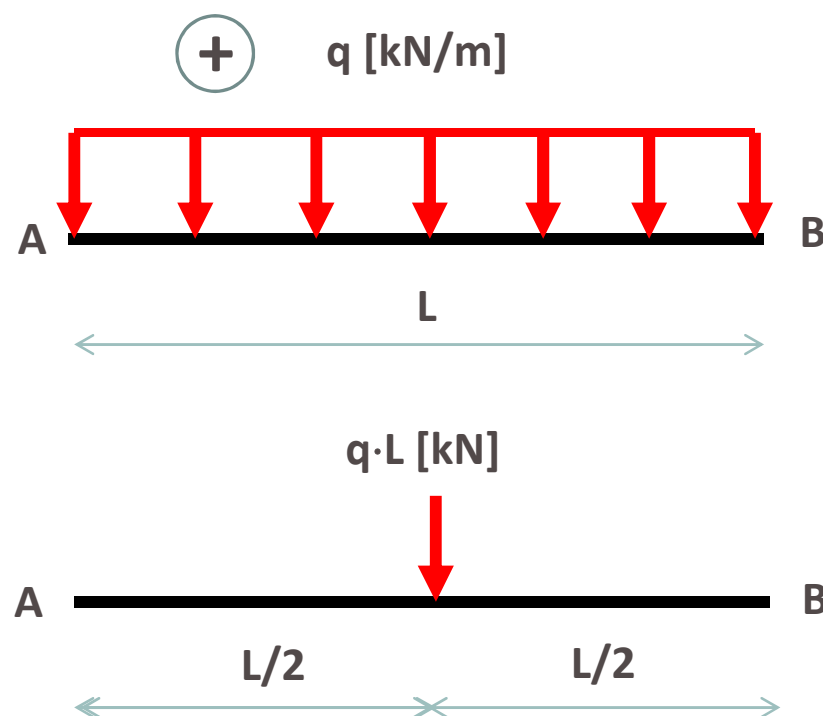
Obciążenia układów prętowych

Moment obrotowy



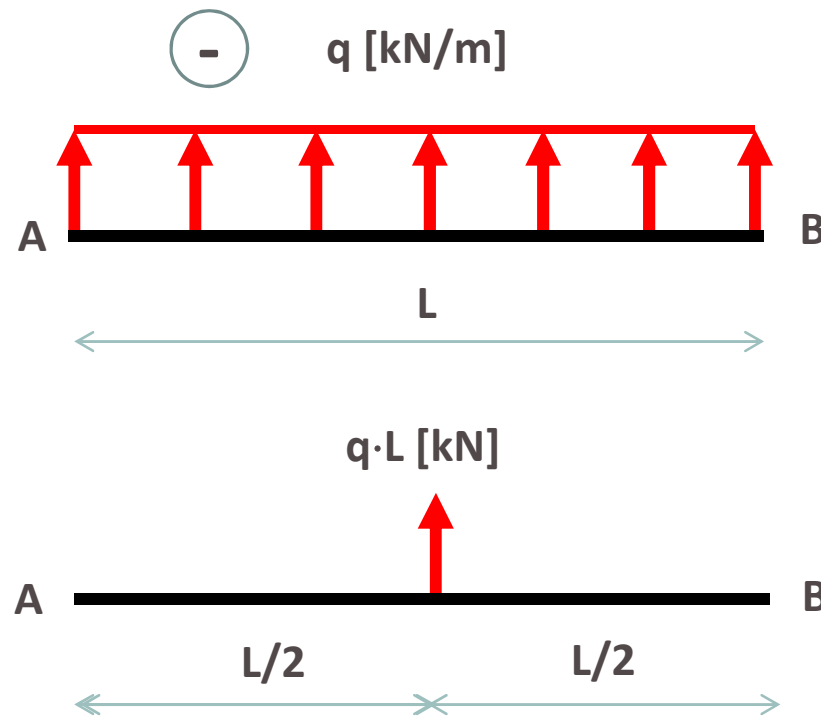
Obciążenia układów prętowych

Obciążenie równomiernie rozłożone (prostopadłe do pręta)



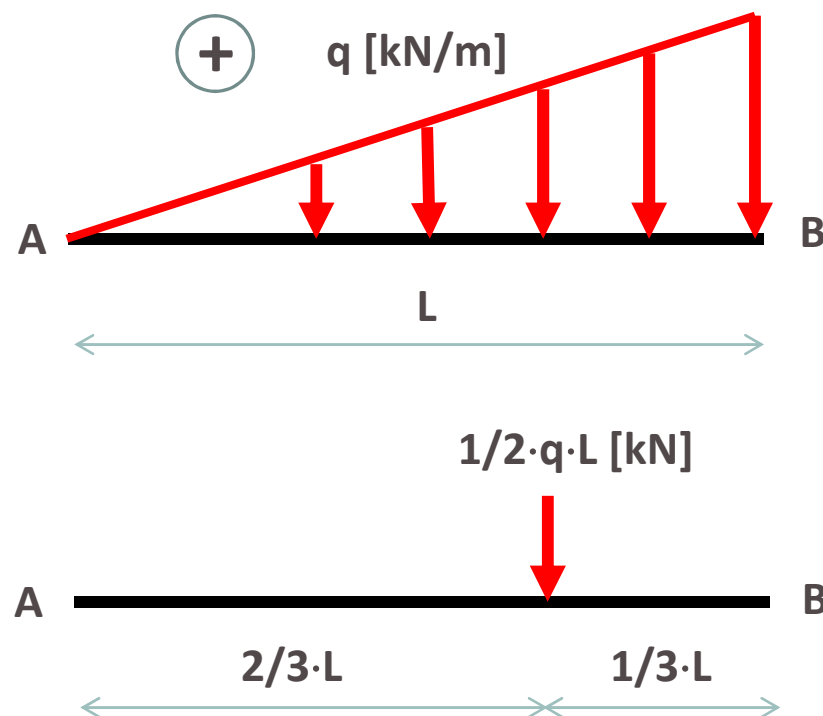
Obciążenia układów prętowych

Obciążenie równomiernie rozłożone (prostopadłe do pręta)



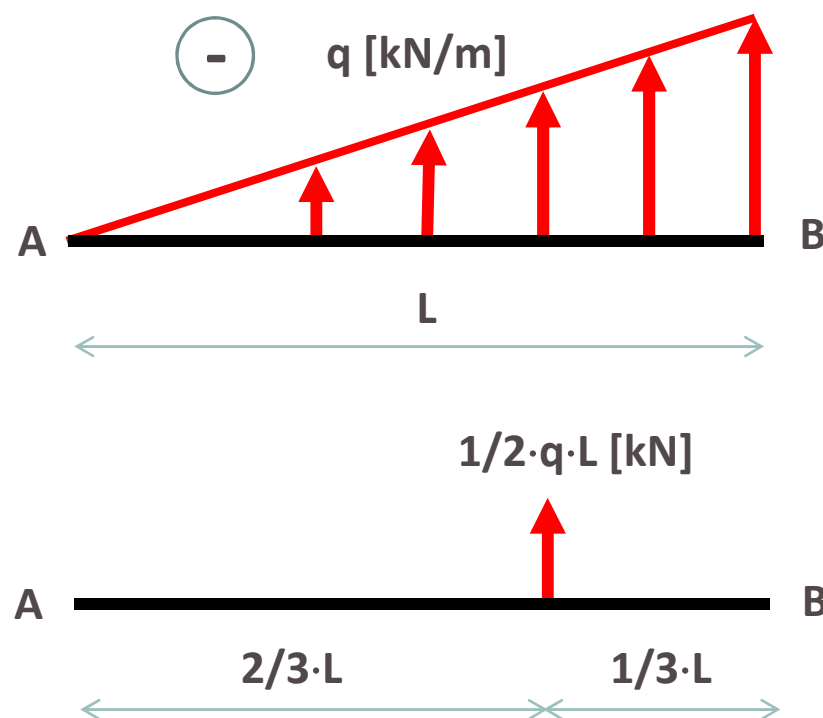
Obciążenia układów prętowych

Obciążenie trójkątne (prostopadłe do pręta)

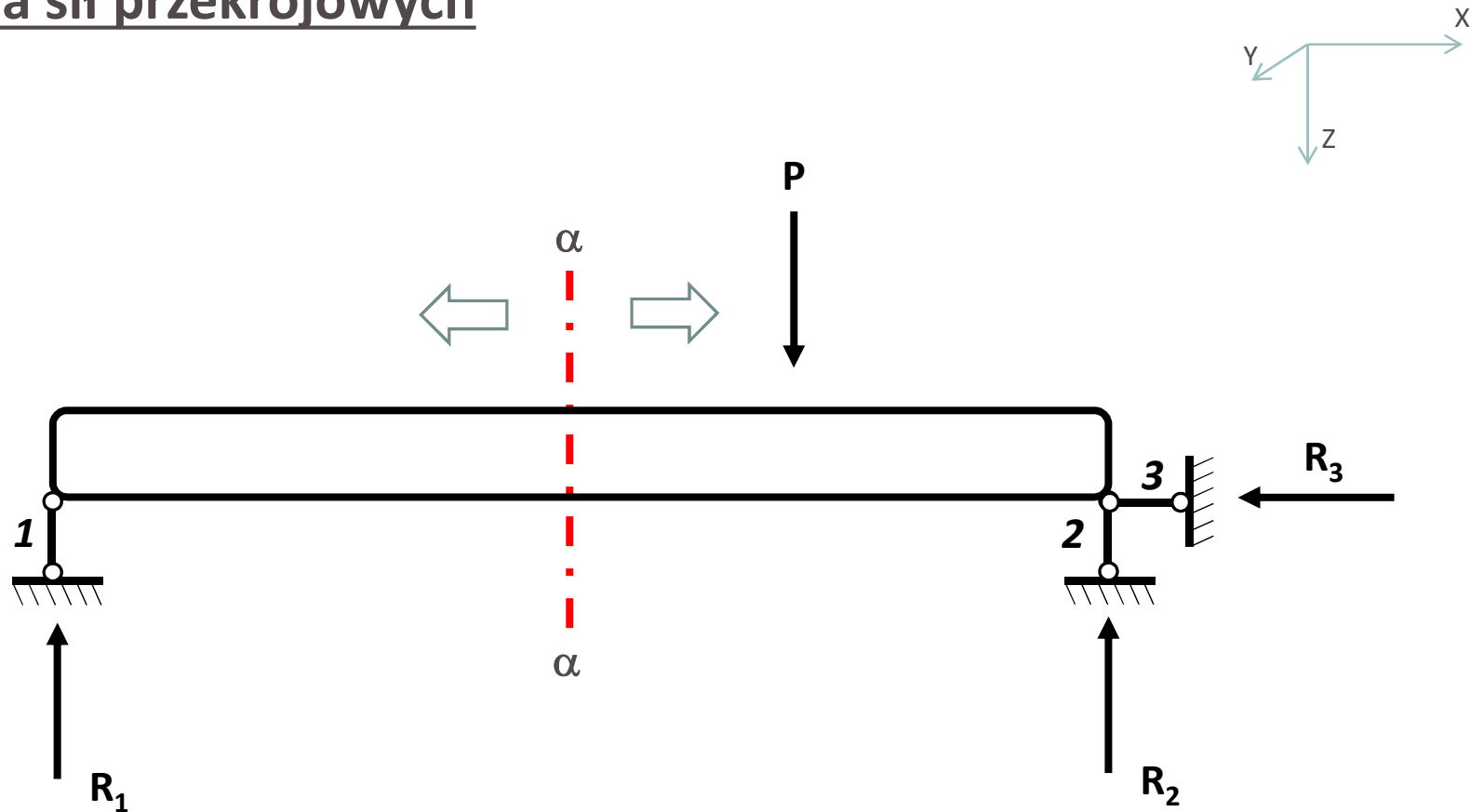


Obciążenia układów prętowych

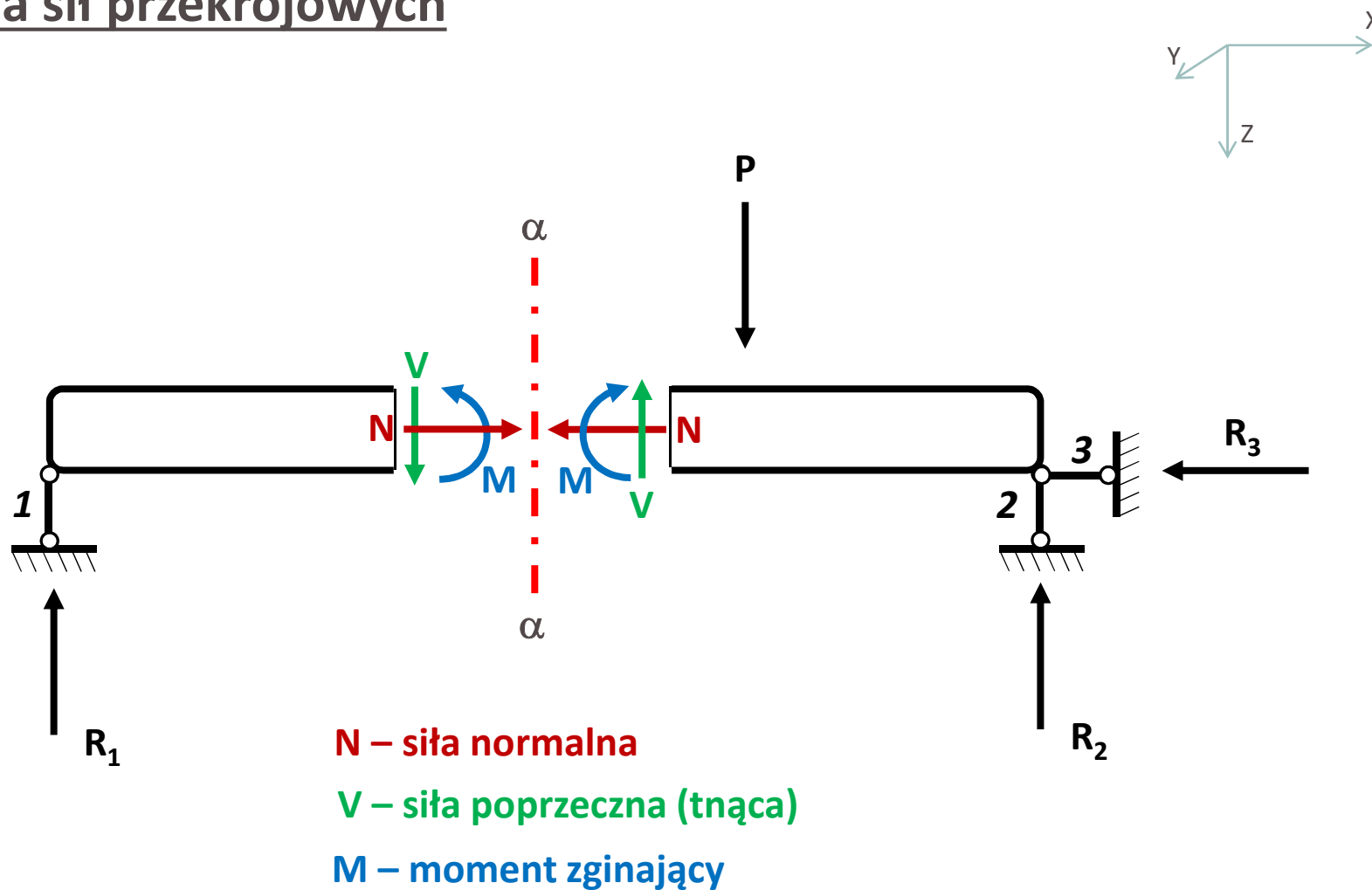
Obciążenie trójkątne (prostopadłe do pręta)



Definicja sił przekrojowych

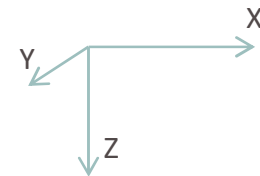
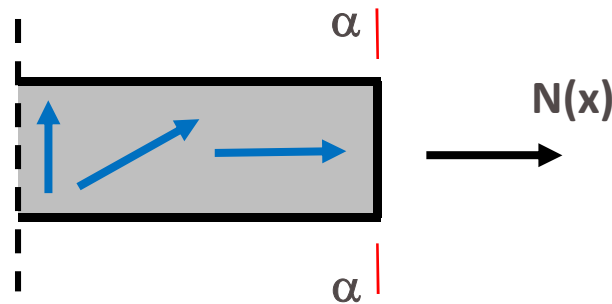


Definicja sił przekrojowych

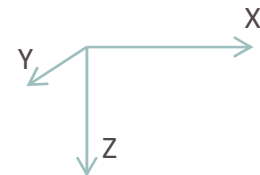
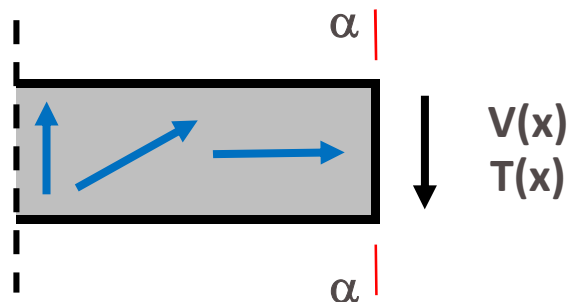


Definicja sił przekrojowych

Siła normalna (podłużna) $N(x)$ w rozpatrywanym przekroju pręta równa jest algebraicznej sumie rzutów wszystkich sił działających po jednej stronie przekroju, na kierunek styczny do osi pręta w tym przekroju.



Siła poprzeczna $V(x)$ (tnąca $T(x)$) w rozpatrywanym przekroju pręta równa jest algebraicznej sumie rzutów wszystkich sił działających po jednej stronie przekroju, na płaszczyznę normalną do osi pręta w tym przekroju.



Definicja sił przekrojowych

Moment zginający $M(x)$ w rozpatrywanym przekroju pręta równy jest algebraicznej sumie momentów statycznych wszystkich sił działających po jednej stronie przekroju, względem środka masy tego przekroju.

