



**Instytut Geologii,  
Uniwersytet im. A. Mickiewicza w Poznaniu**

# **GEOMETRIA WYKREŚLNA I RYSUNEK TECHNICZNY**

**prof. UAM, dr hab. Jędrzej Wierzbicki**

**Pracownia Geologii Inżynierskiej i Geotechniki**

**p. 251, e-mail: [jwi@amu.edu.pl](mailto:jwi@amu.edu.pl)**

## **RODZAJE RZUTÓW**

- **RZUT ŚRODKOWY**
- **RZUT RÓWNOLEGŁY**



**RZUT PROSTOKĄTNY**

- **RZUT PERSPEKTYWICZNY**

- **RZUT AKSONOMETRYCZNY**



**RZUT CECHOWANY**

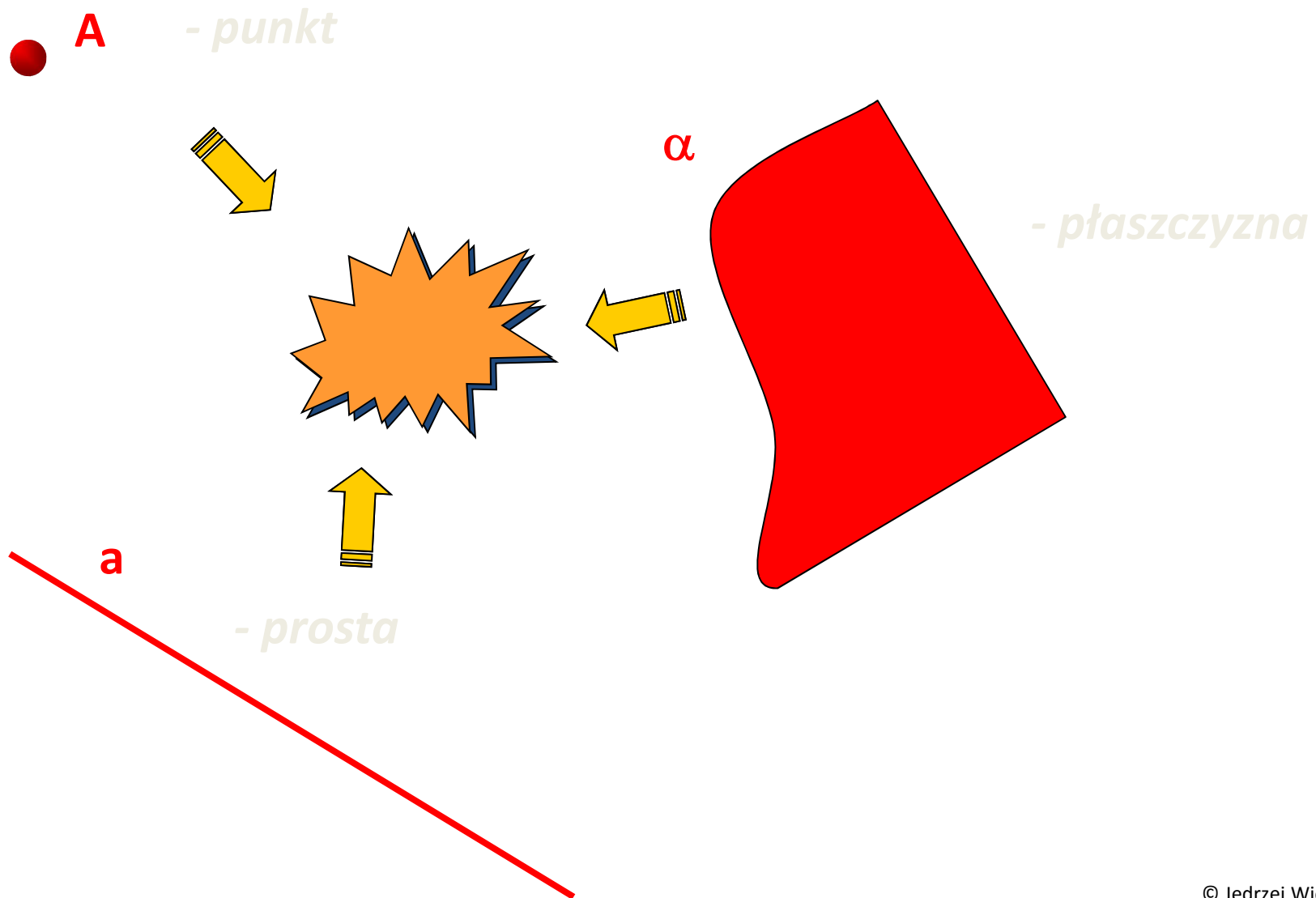


**RZUTY MONGE'A**



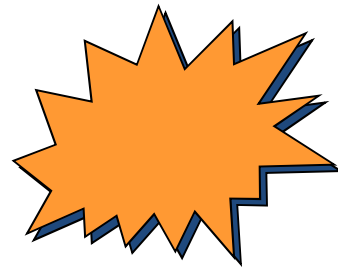
**RZUTY PROSTOKĄTNE**

# GWIRT: PODSTAWOWE POJĘCIA GEOMETRII EUKLIDESOWEJ

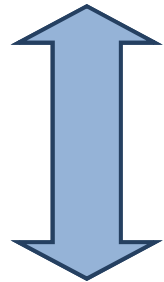


## GWIRT: PODSTAWOWE POJĘCIA GEOMETRII EUKLIDESOWEJ

AKSJOMATY – określają związki pomiędzy utworami podstawowymi



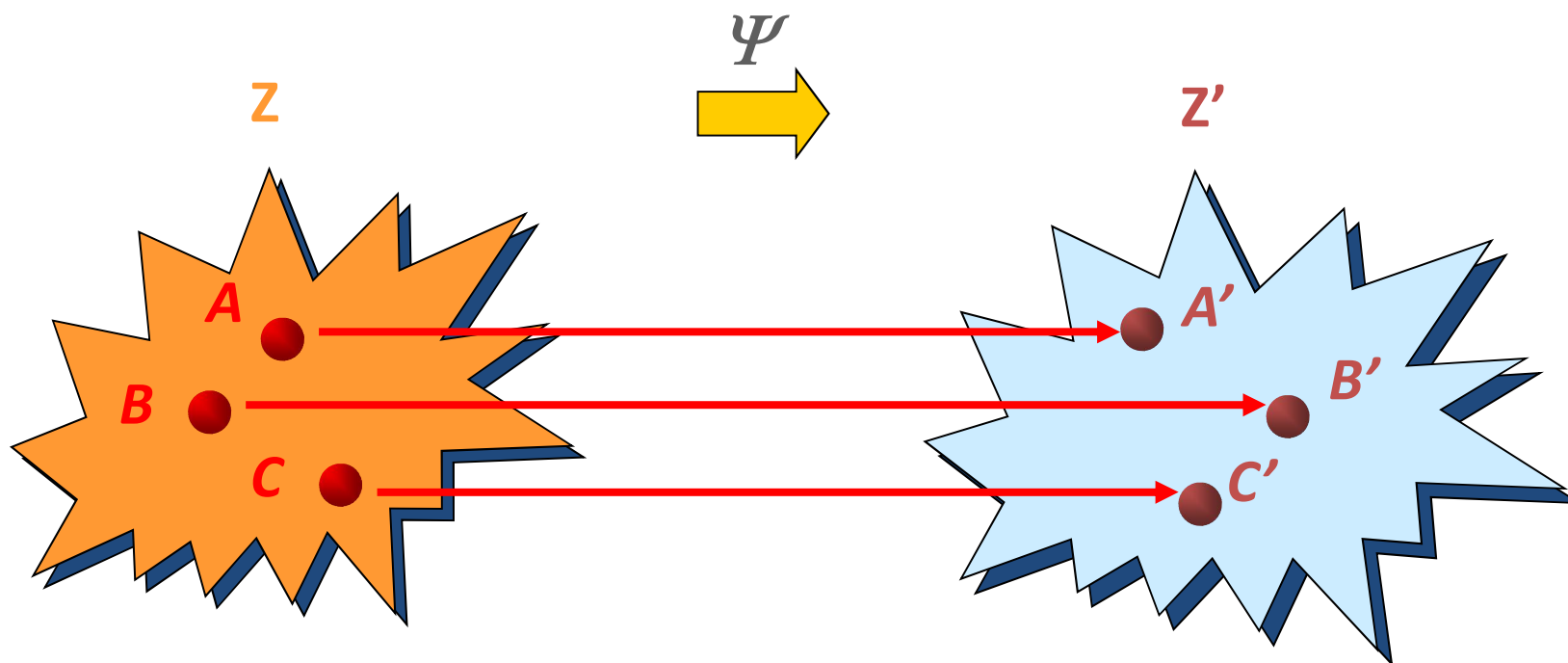
- *przynależność*
- *uporządkowanie*
- *przystawanie*
- *ciągłość*
- *równoległość*



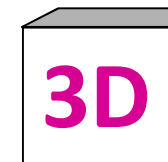
**PRZESTRZEŃ EUKLIDESOWA**

# GWIRT: PODSTAWOWE POJĘCIA GEOMETRII EUKLIDESOWEJ

ODWZOROWANIE

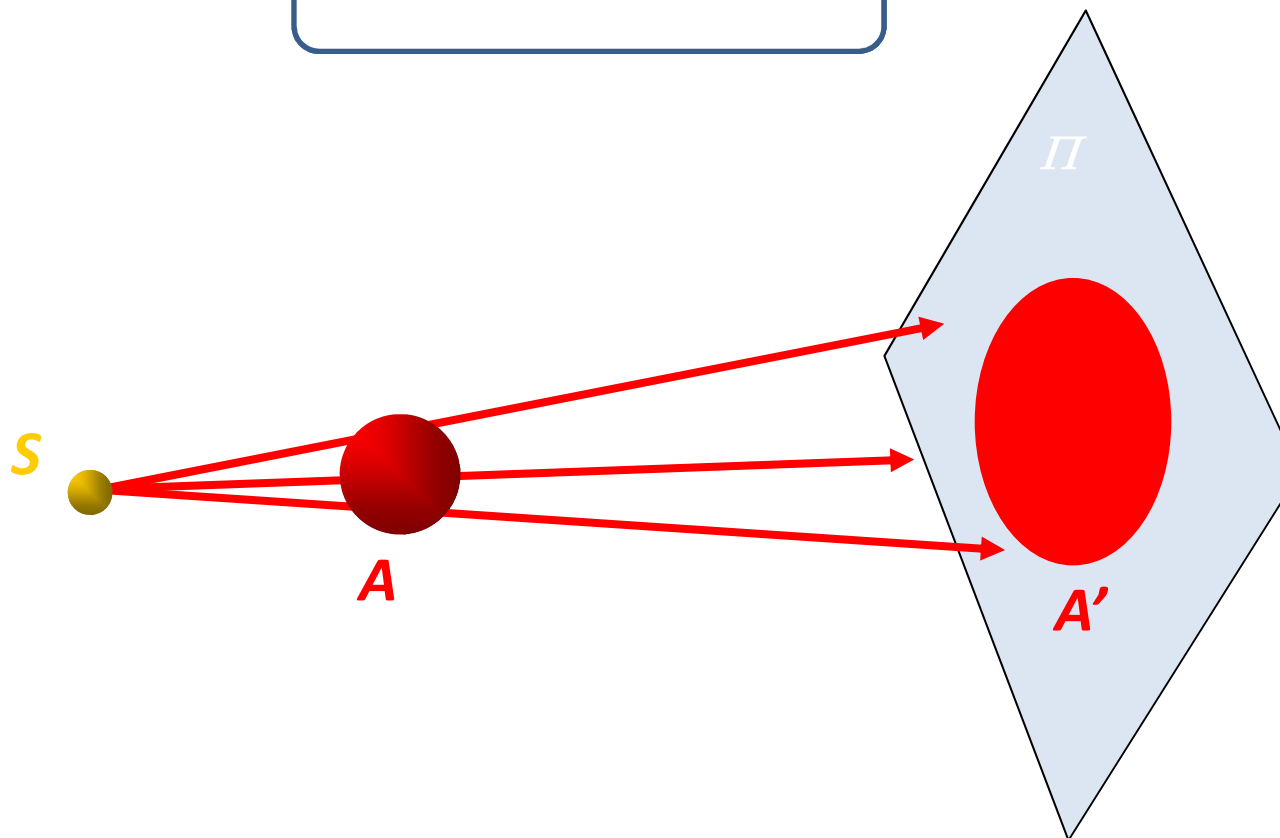


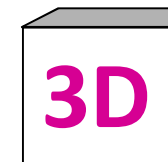
ODWZOROWANIE WZAJEMNIE JEDNOZNACZNE - PRZEKSZTAŁCENIE



PRZEKSZTAŁCENIA

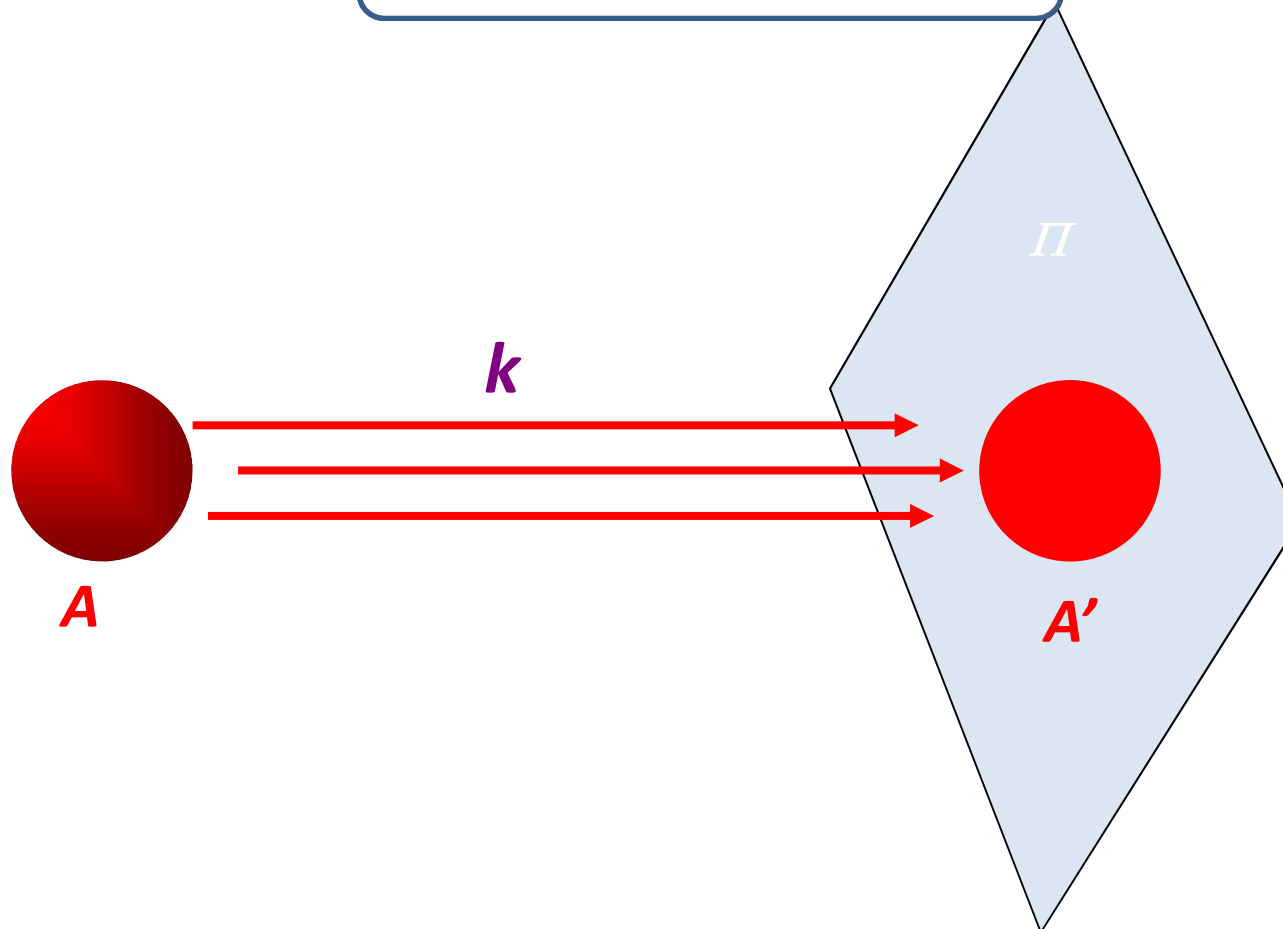
RZUT ŚRODKOWY

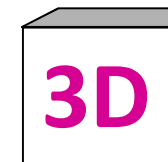




PRZEKSZTAŁCENIE

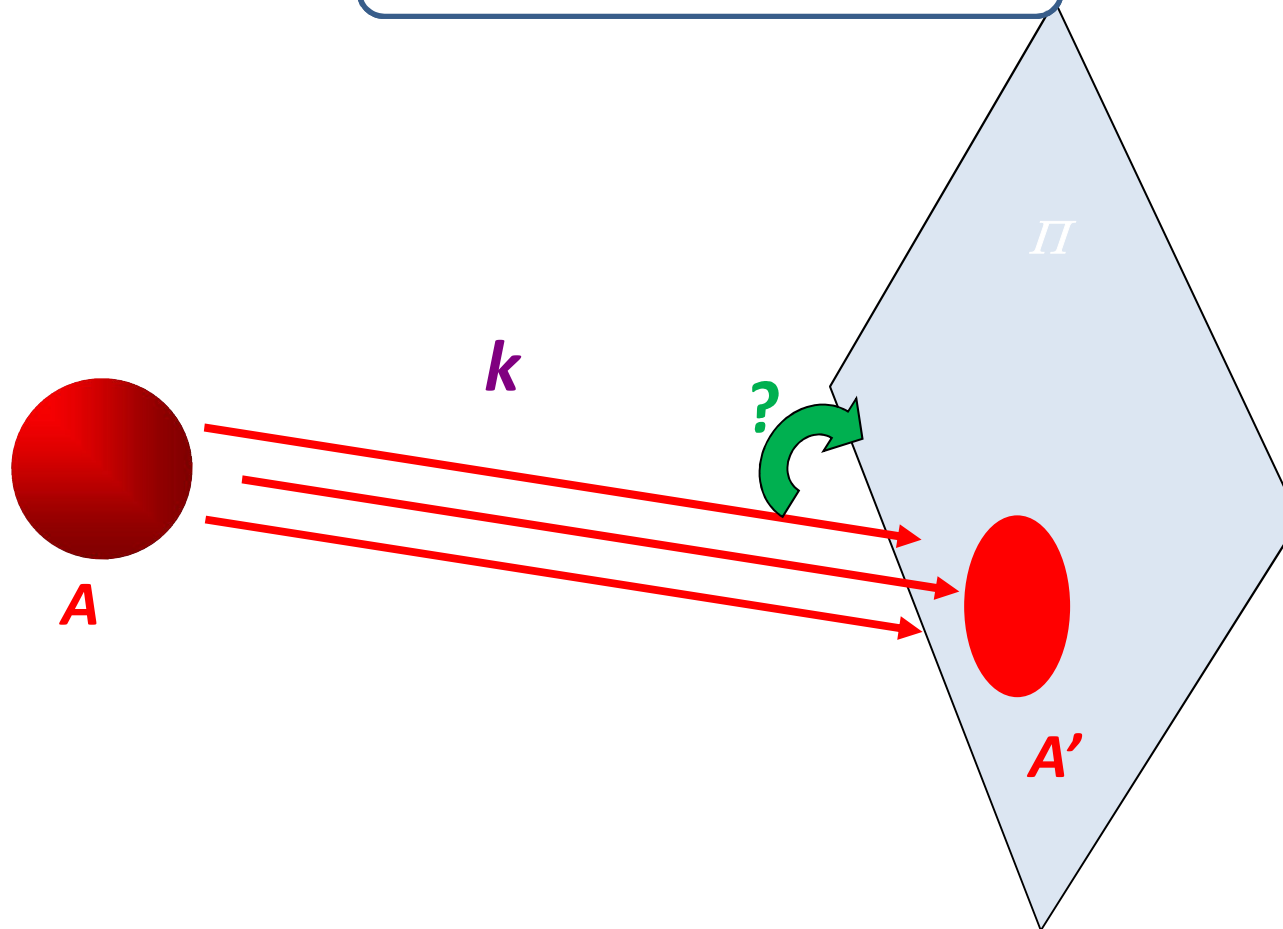
RZUT RÓWNOLEGŁY





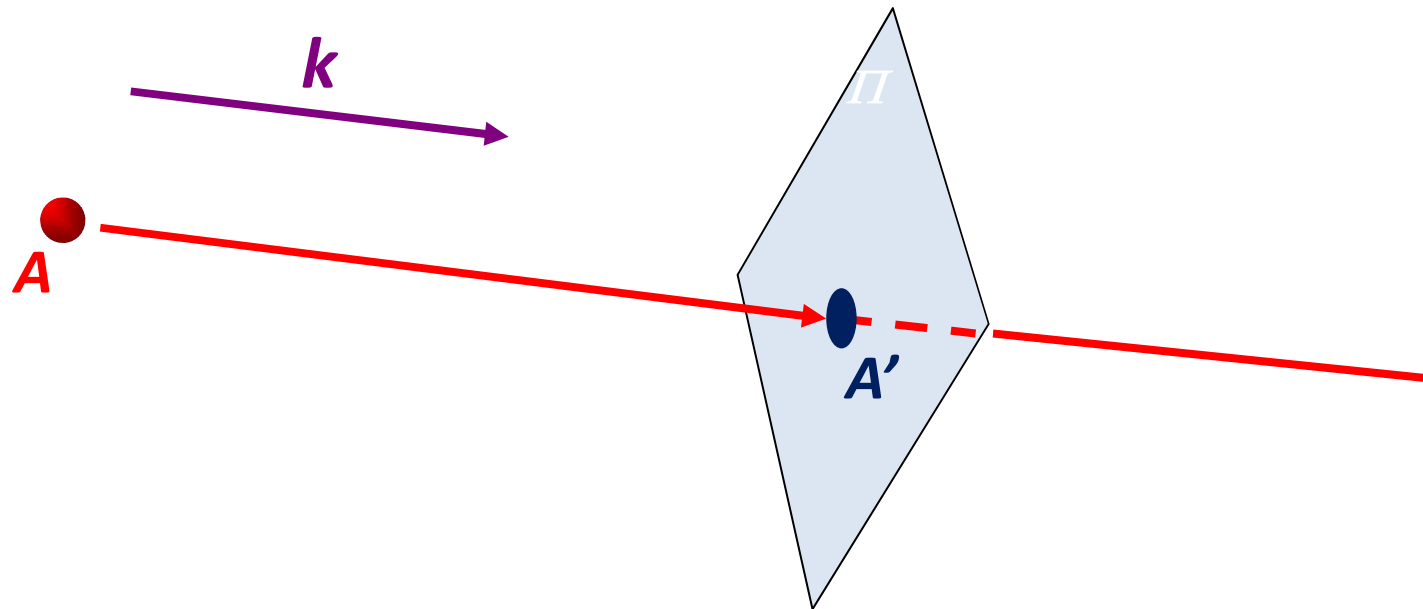
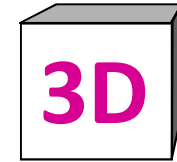
PRZEKSZTAŁCENIE

RZUT RÓWNOLEGŁY



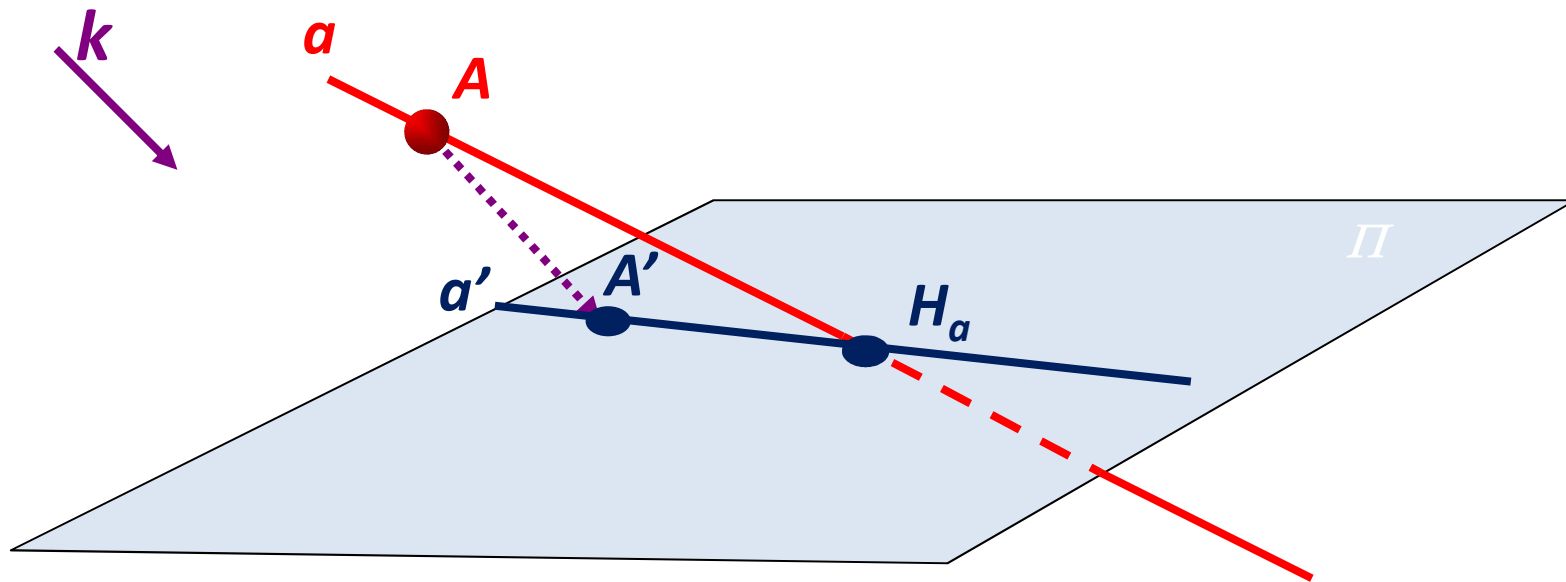
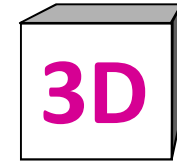


GWIRT: RZUT RÓWNOLEGŁY



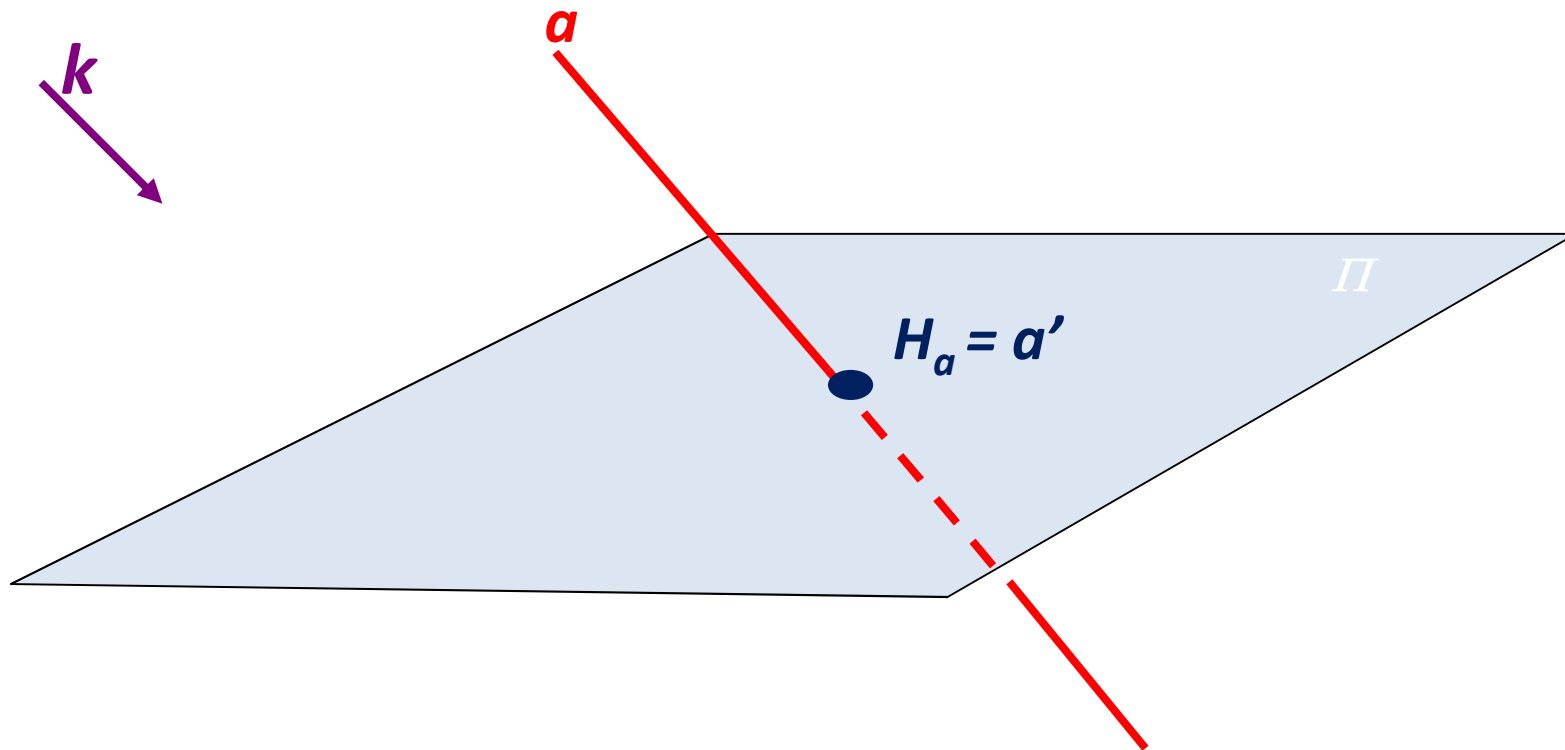
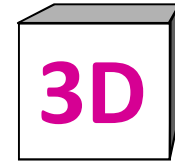
rzut równoległy punktu - punkt

GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



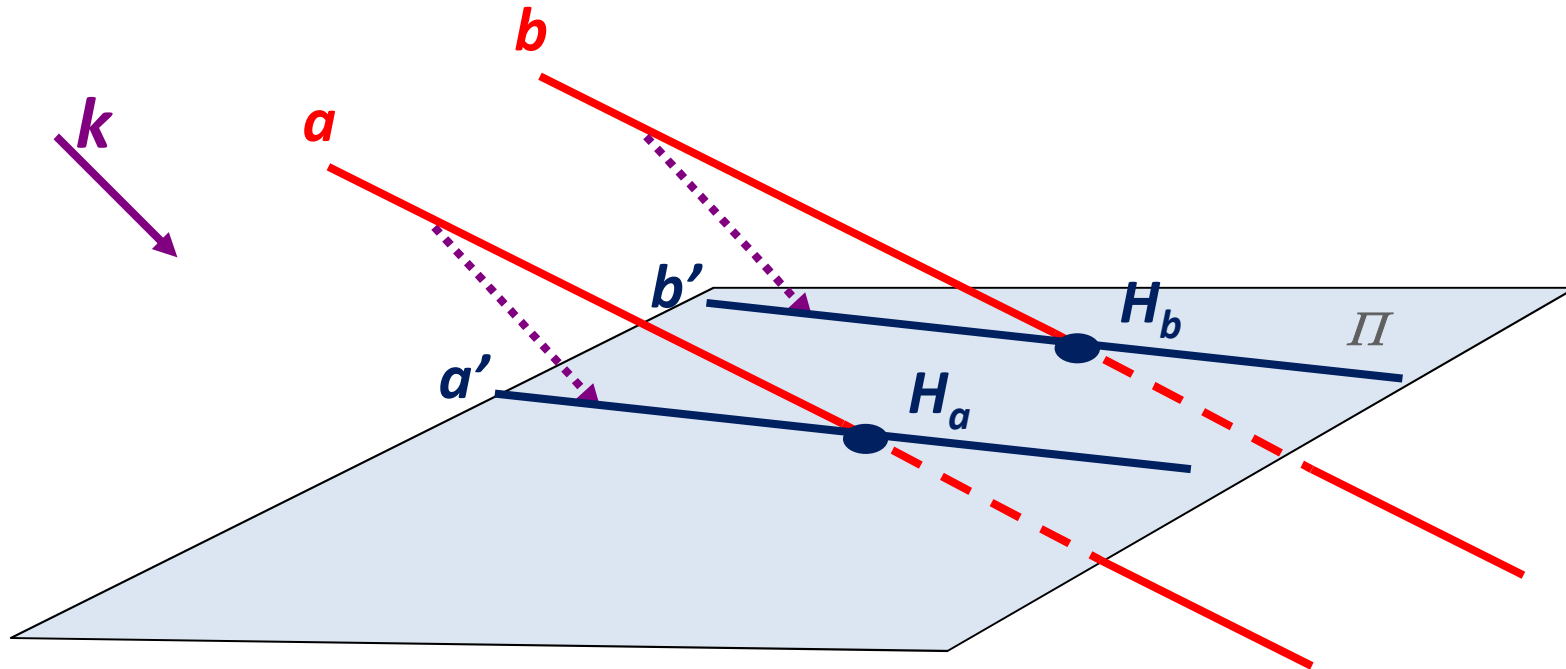
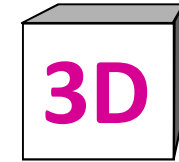
rzut równoległy **prostej** - prosta

GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



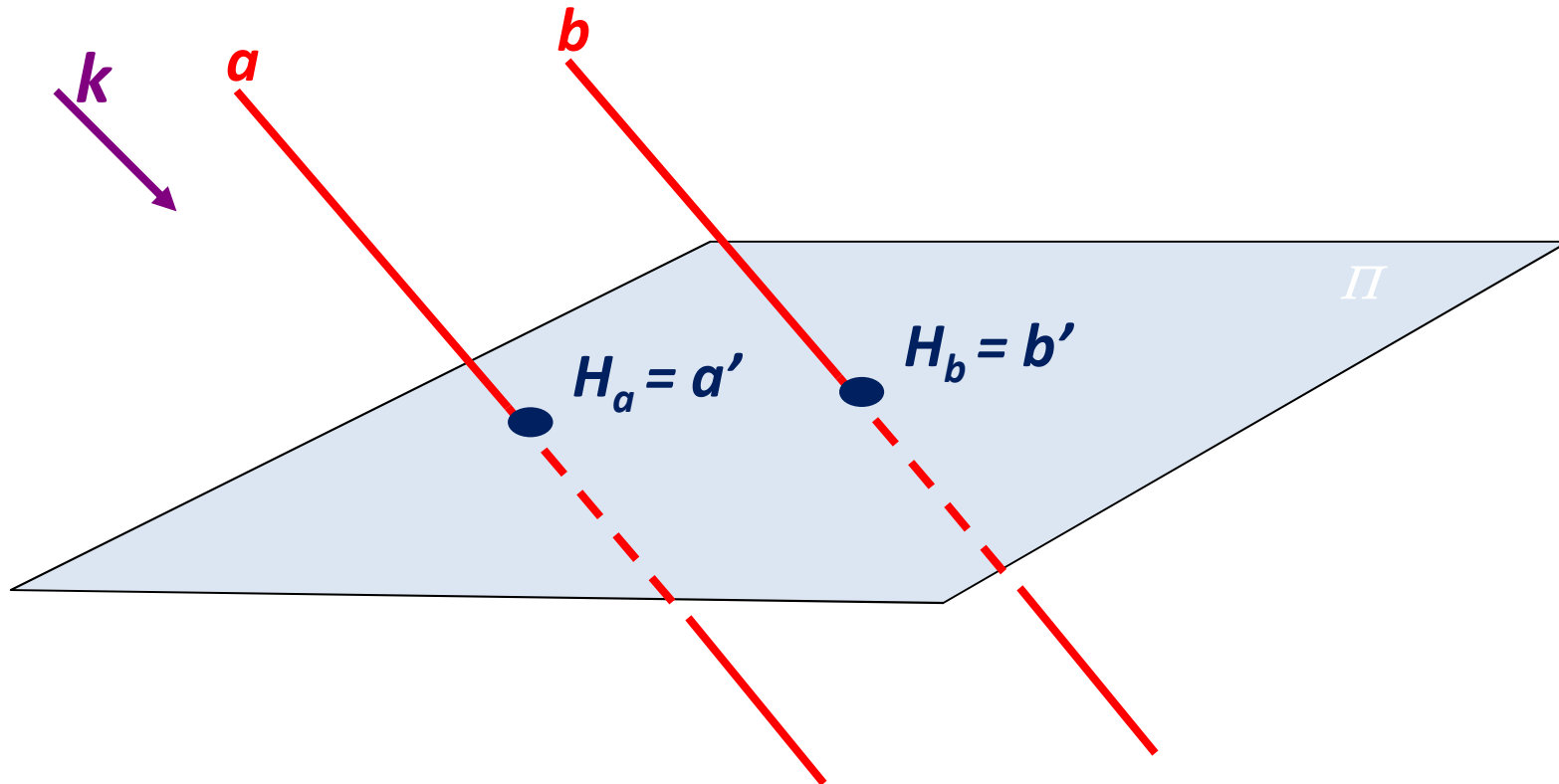
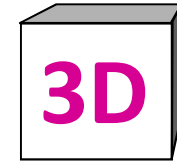
rzut równoległy **prostej** - **punkt**

# GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



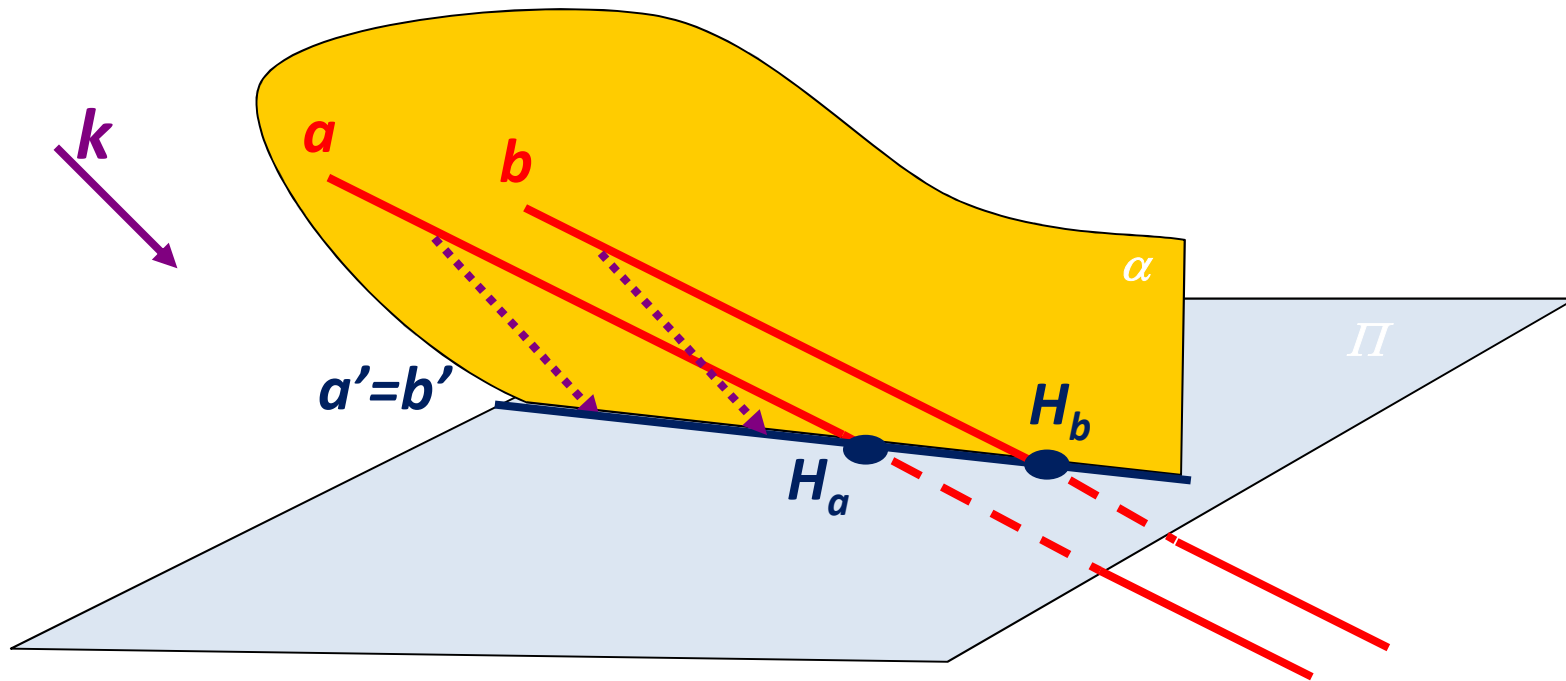
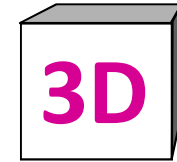
rzut równoległy **prostych równoległych** - proste równoległe

# GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



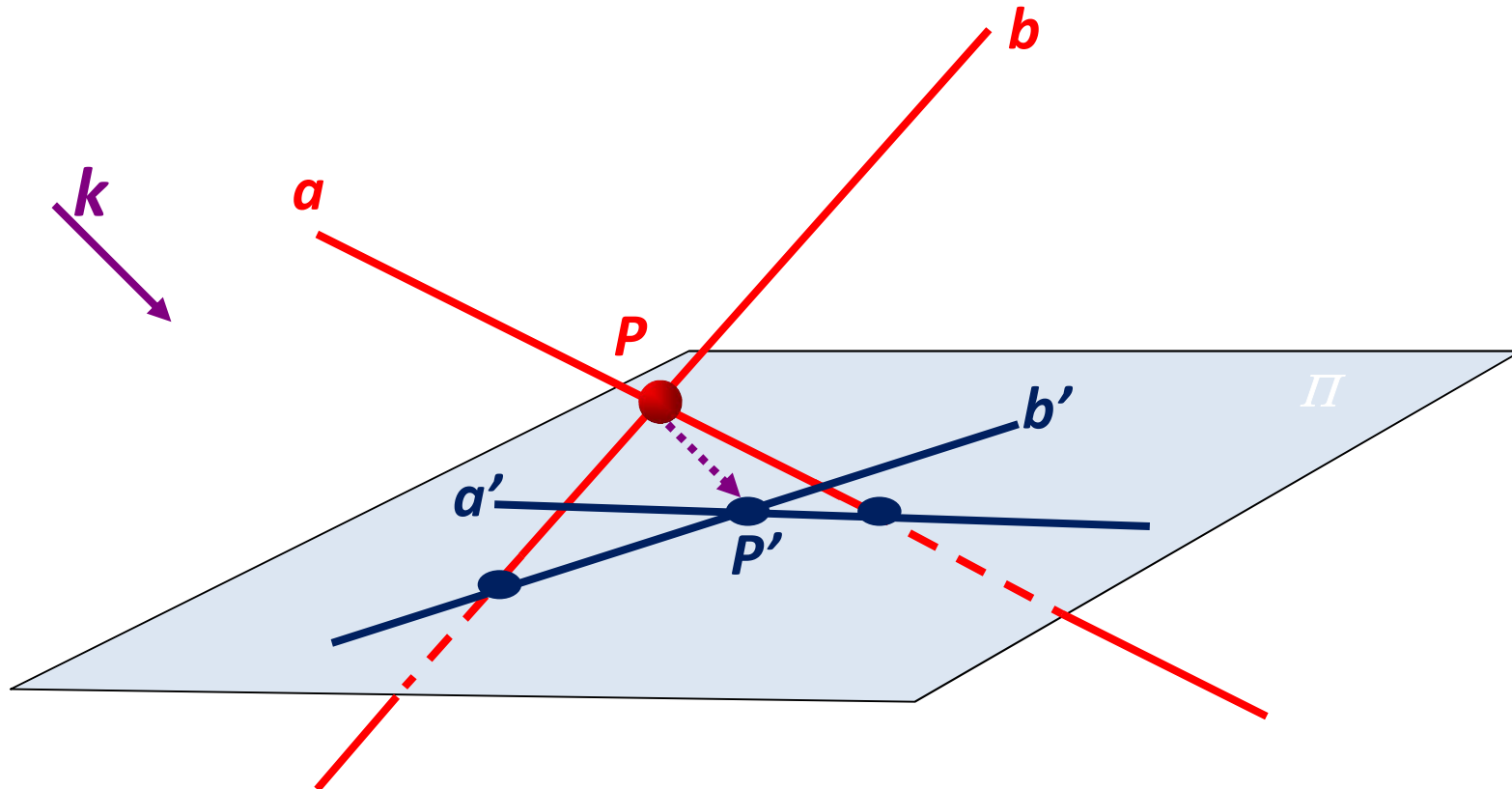
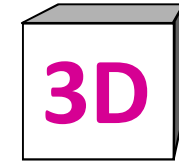
rzut równoległy **prostych równoległych** - punkty

GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



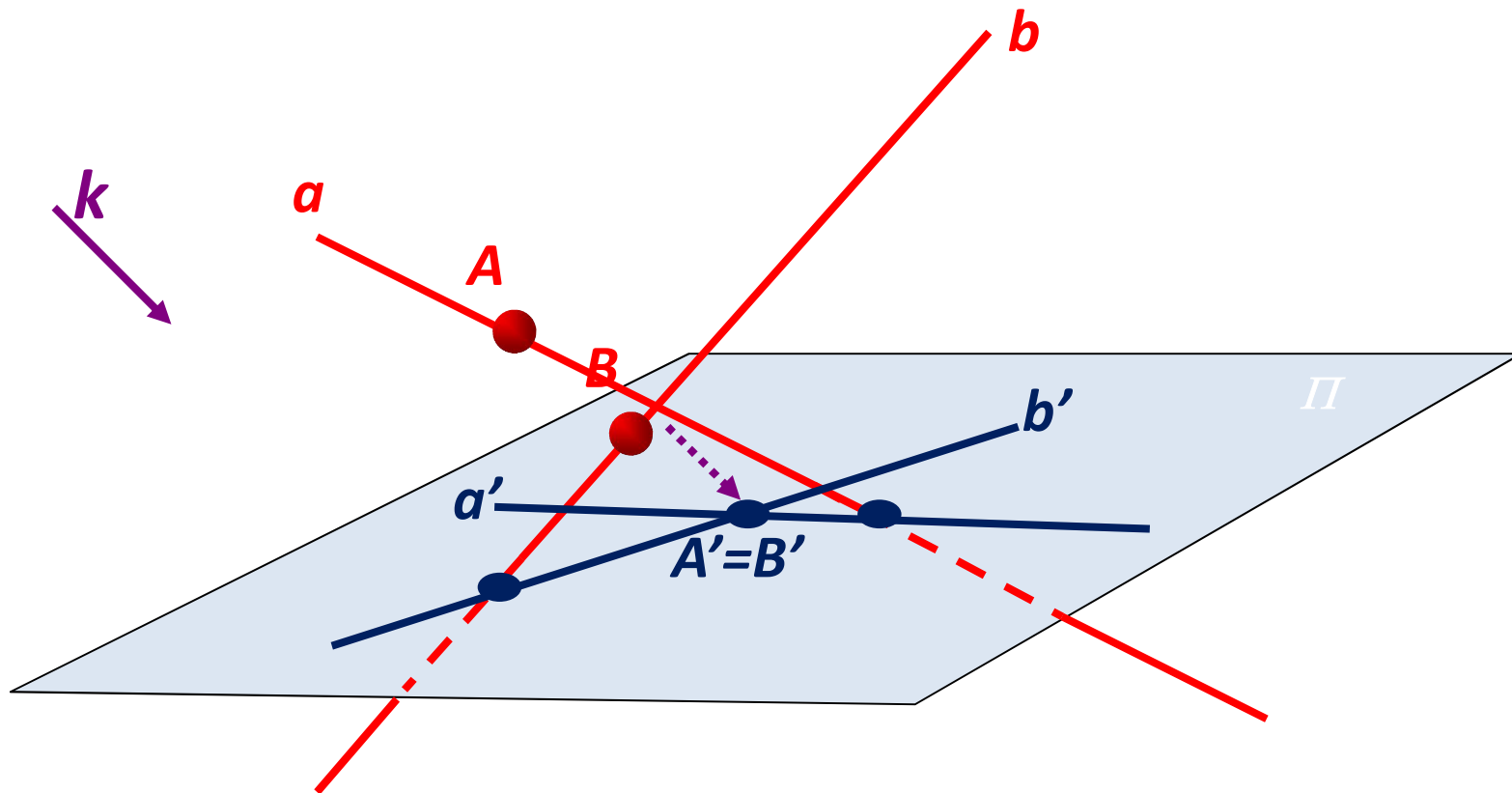
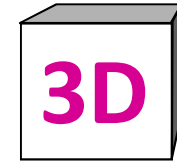
rzut równoległy **prostych równoległych** - prosta

# GWIRT: RZUT RÓWNOLEGŁY



rzut równoległy **prostych przecinających się** - **proste przecinające się**

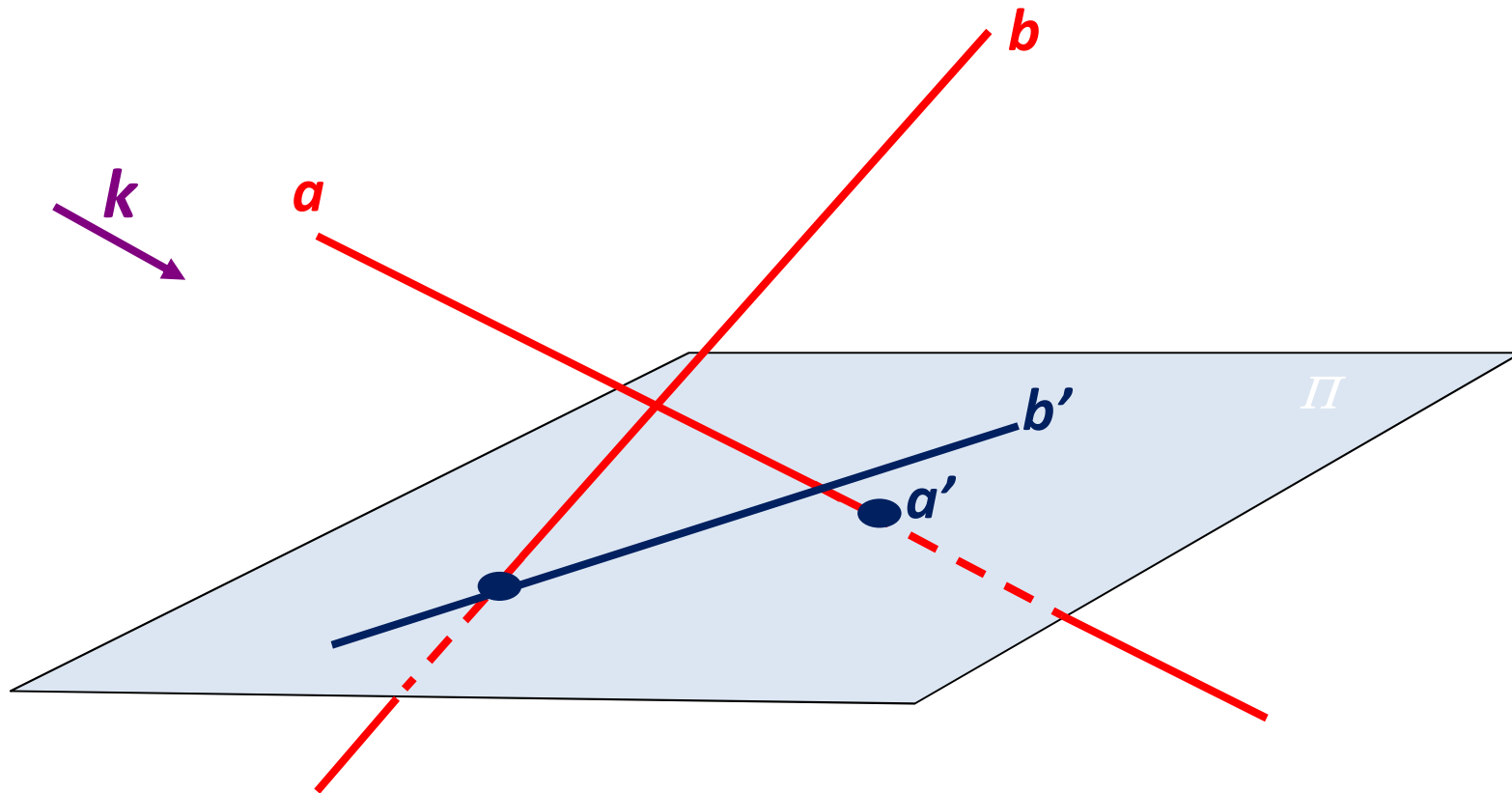
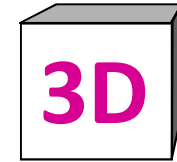
# GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



rzut równoległy **prostych skośnych** - proste przecinające się

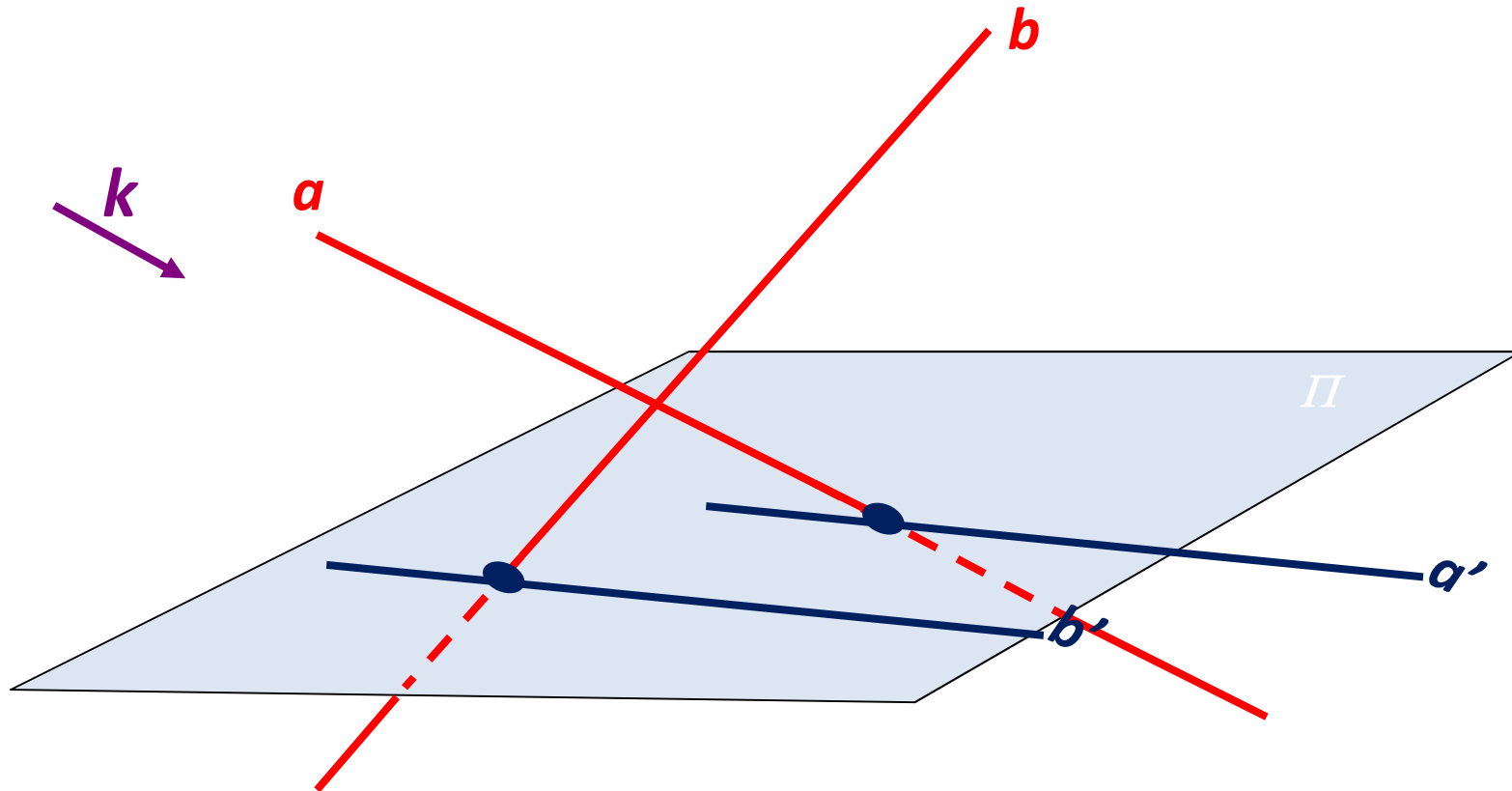
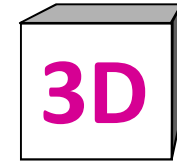


# GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



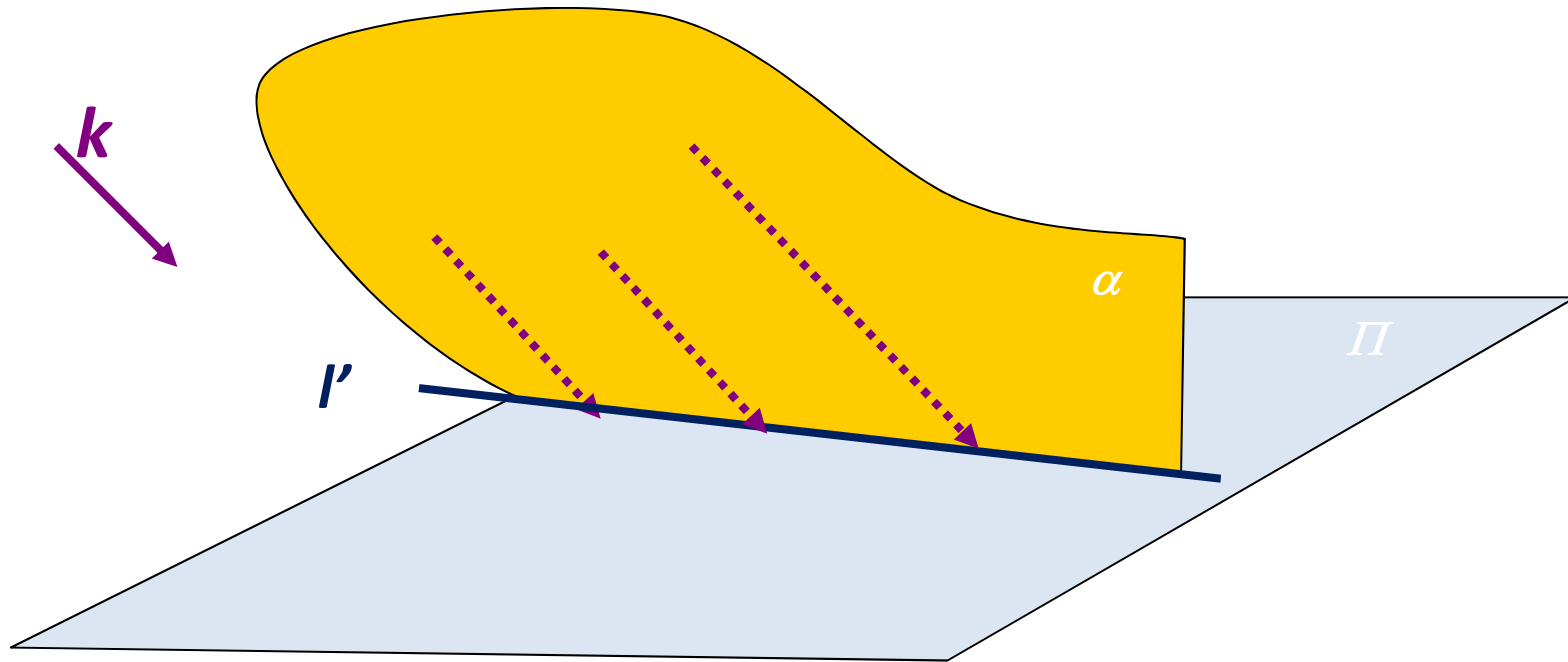
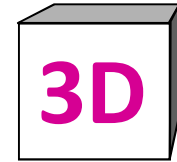
rzut równoległy **prostych skośnych** - prosta i punkt

GWIRT: RZUT RÓWNOLEGLY



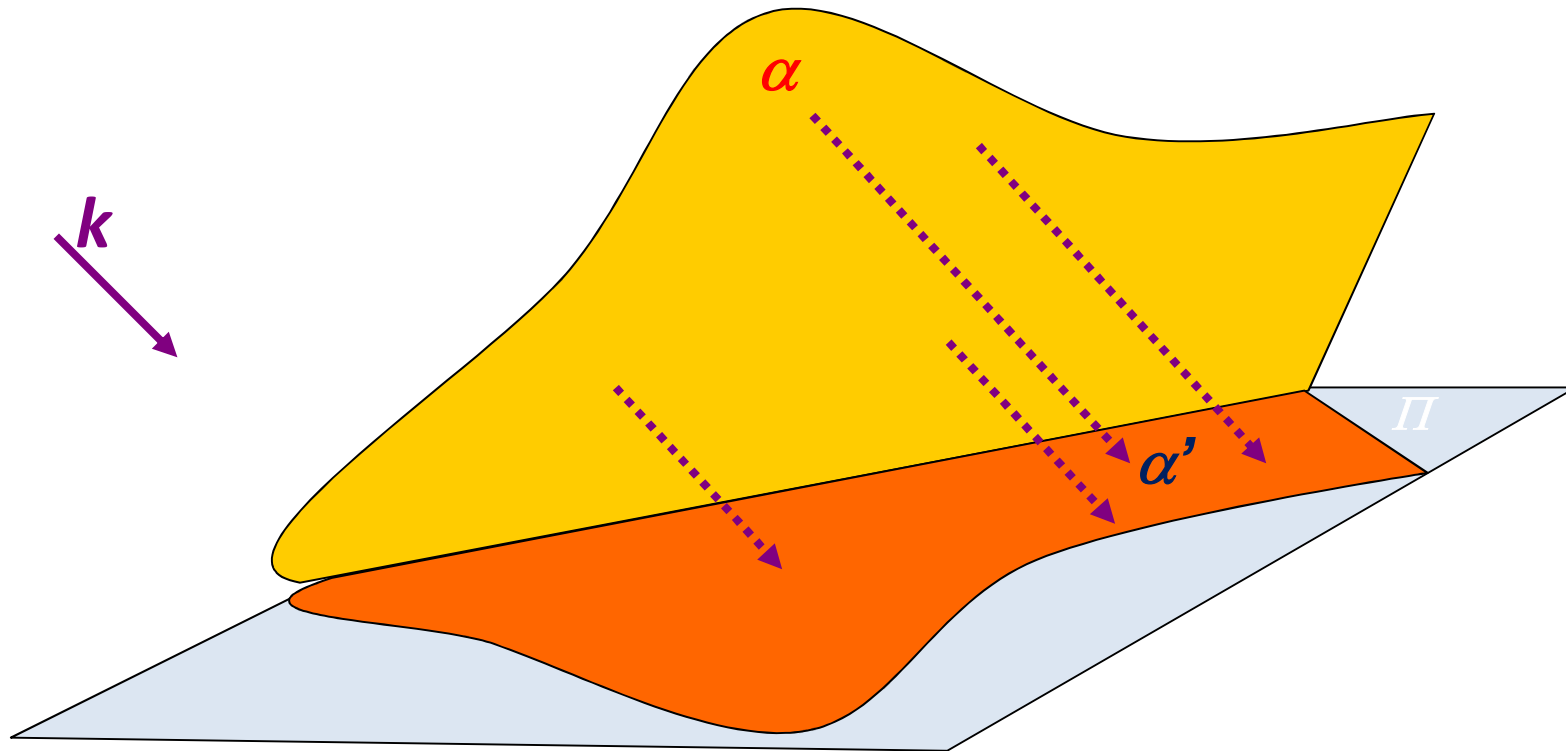
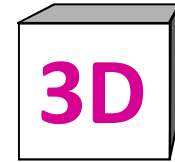
rzut równoległy **prostych skośnych** - proste równoległe

GWIRT: RZUT RÓWNOLEGŁY



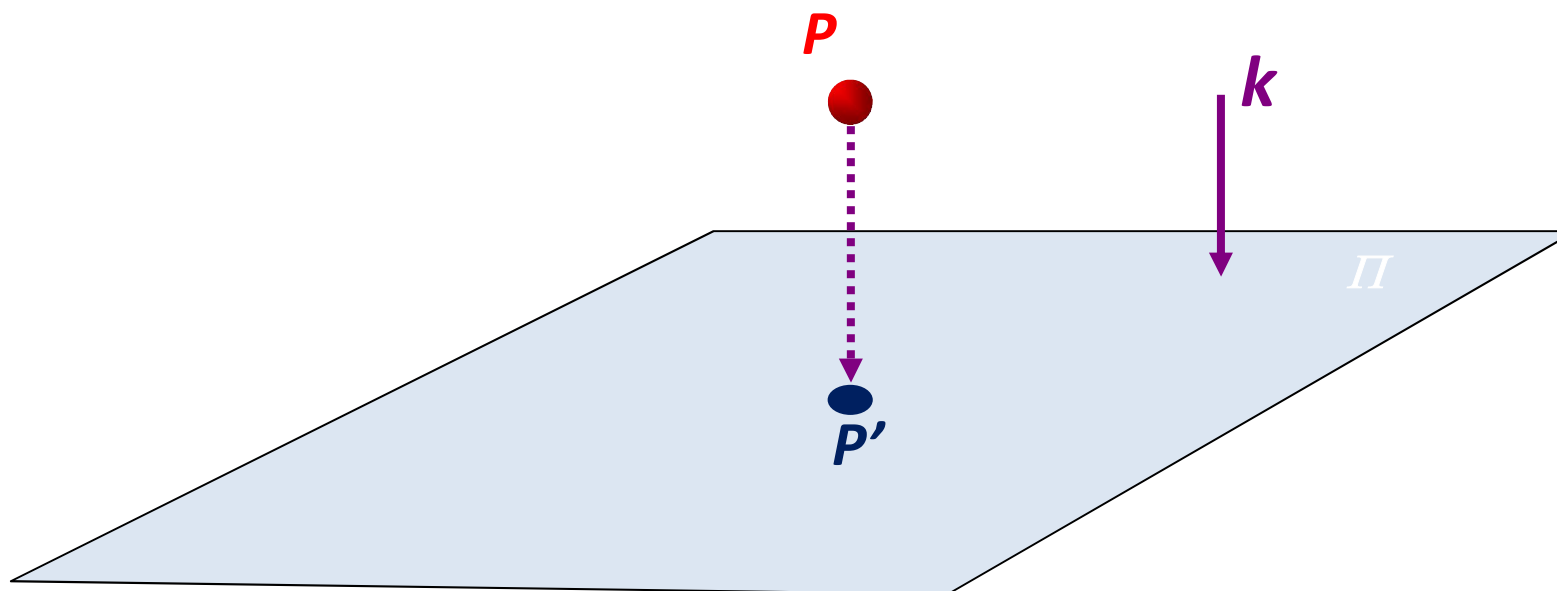
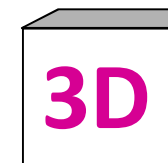
rzut równoległy **płaszczyzny** - **prosta**

GWIRT: RZUT RÓWNOLEGŁY



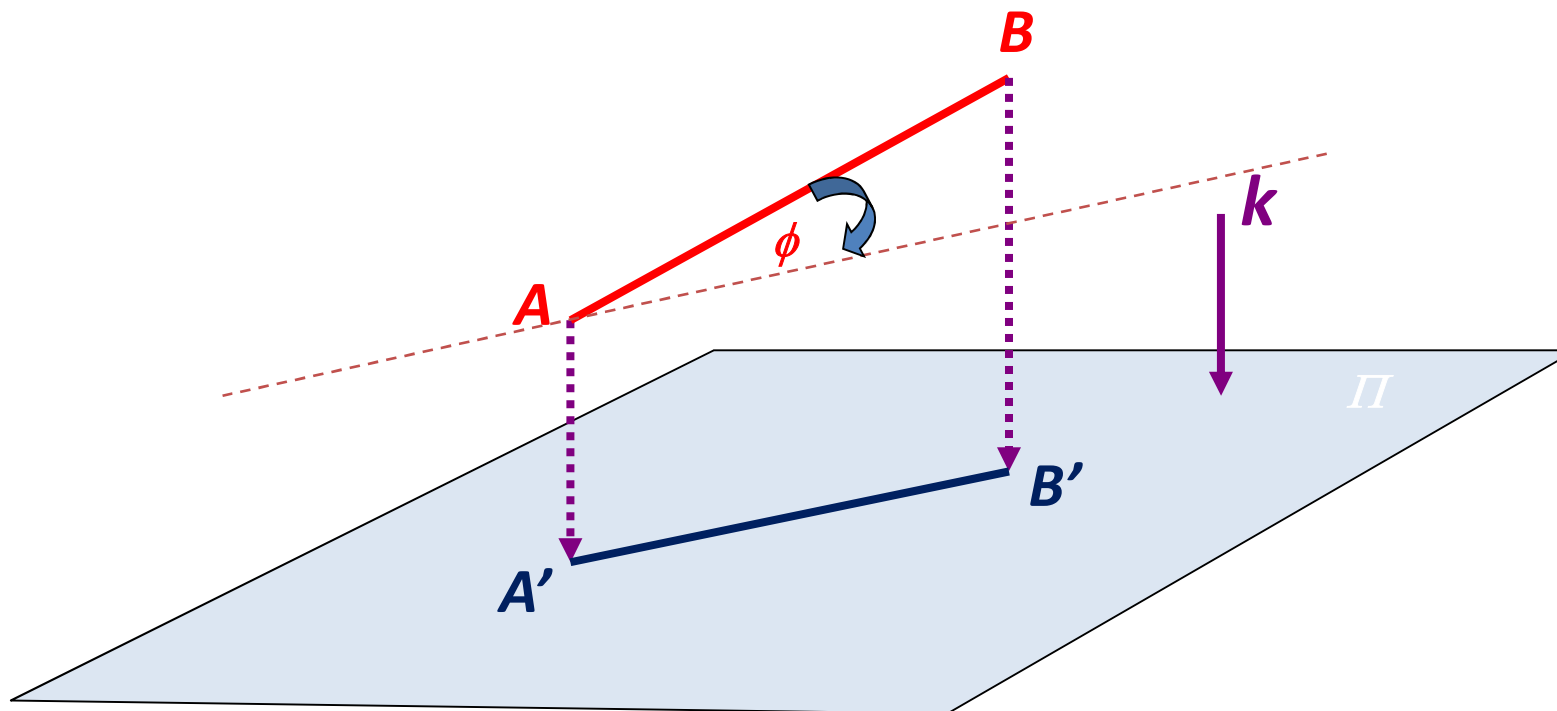
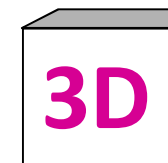
rzut równoległy **płaszczyzny** - płaszczyzna

# GWIRT: RZUT PROSTOKĄTNY



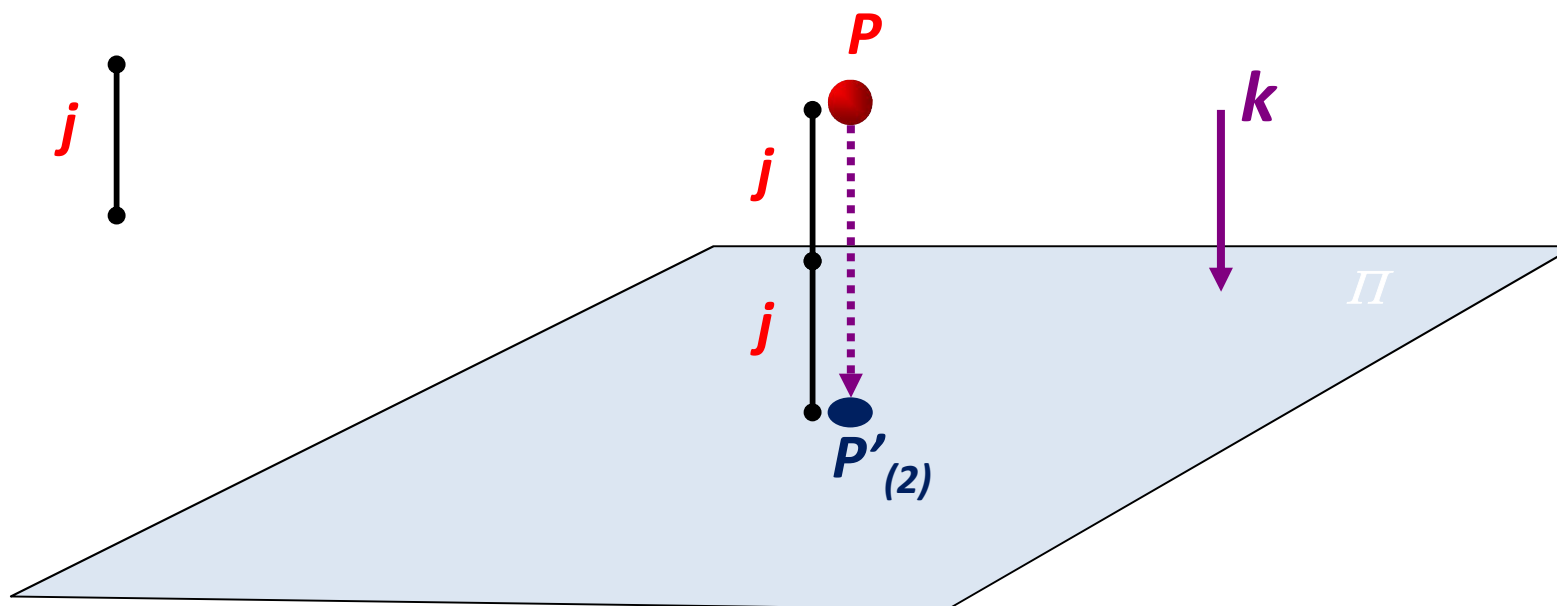
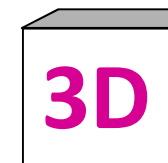
RZUT PROSTOKĄTNY TO  
RZUT RÓWNOLEGŁY W KIERUNKU PROSTOPADŁYM DO RZUTNI

# GWIRT: RZUT PROSTOKĄTNY



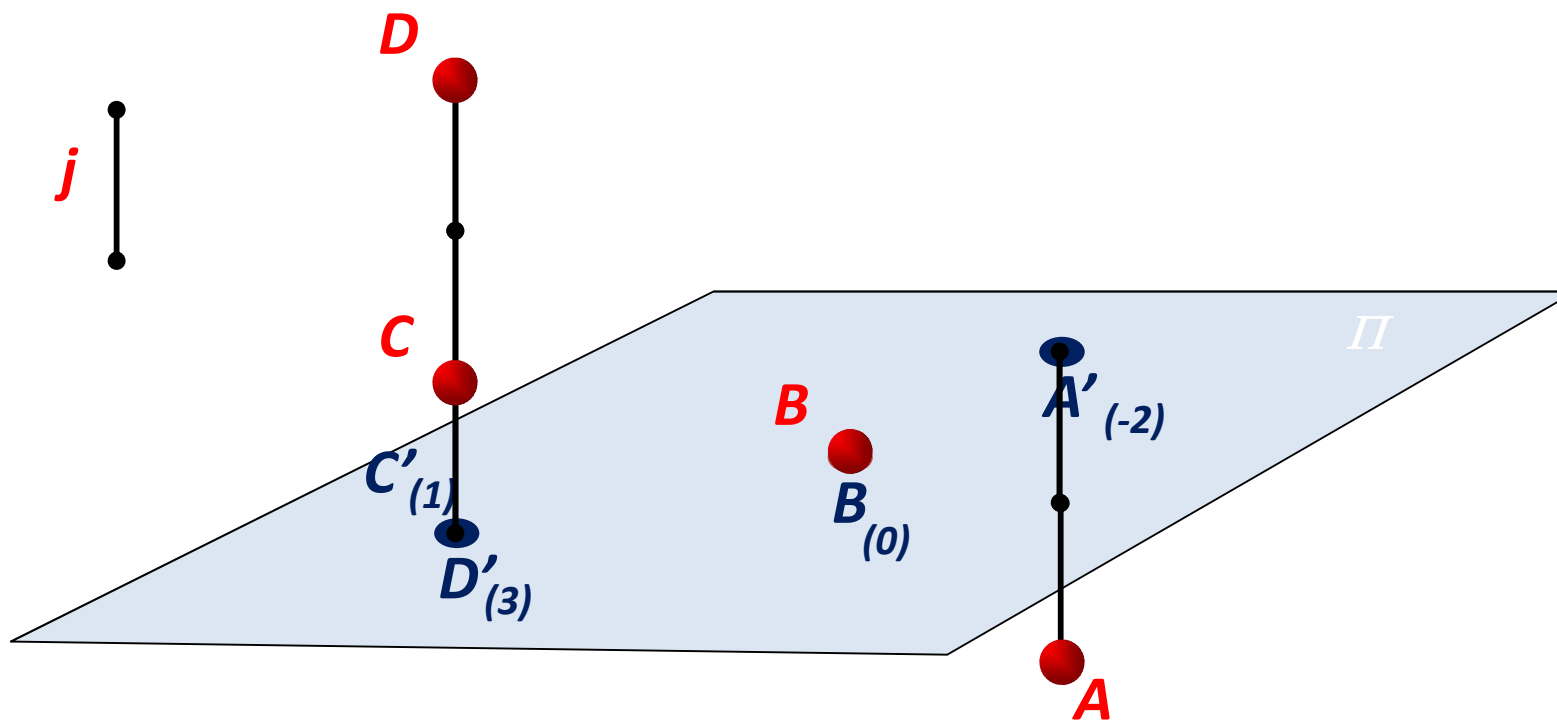
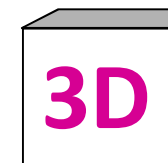
rzut prostokątny **odcinka** - odcinek

# GWIRT: RZUT CECHOWANY



RZUT CECHOWANY TO  
RZUT PROSTOKĄTNY + CECHY PUNKTÓW

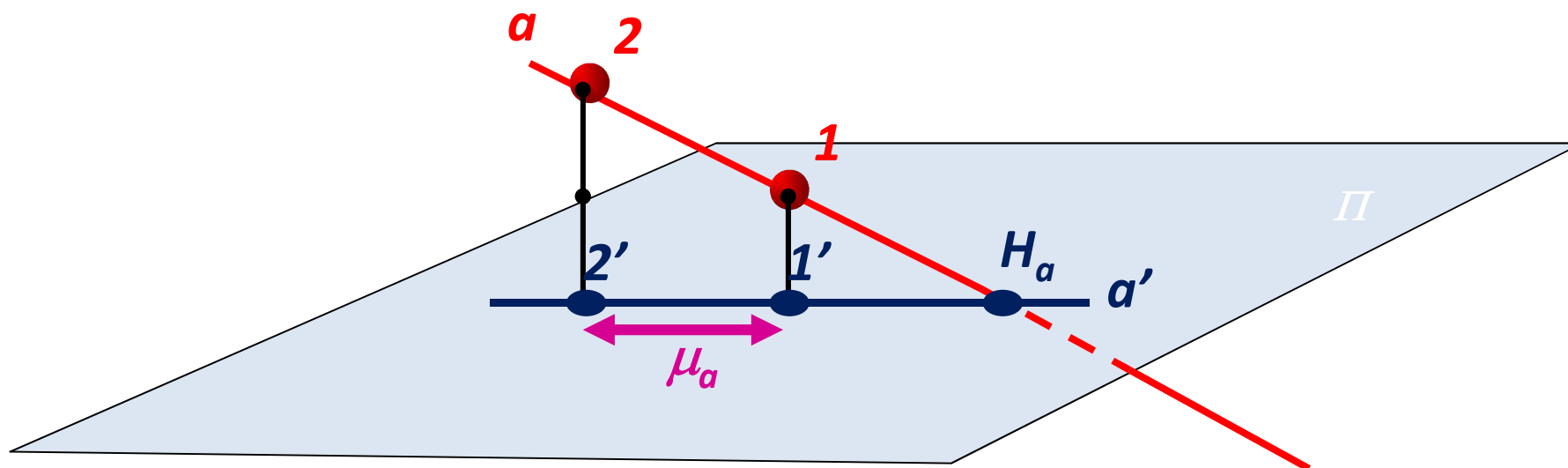
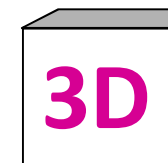
GWIRT: RZUT CECHOWANY - PUNKT



rzut cechowany punktu

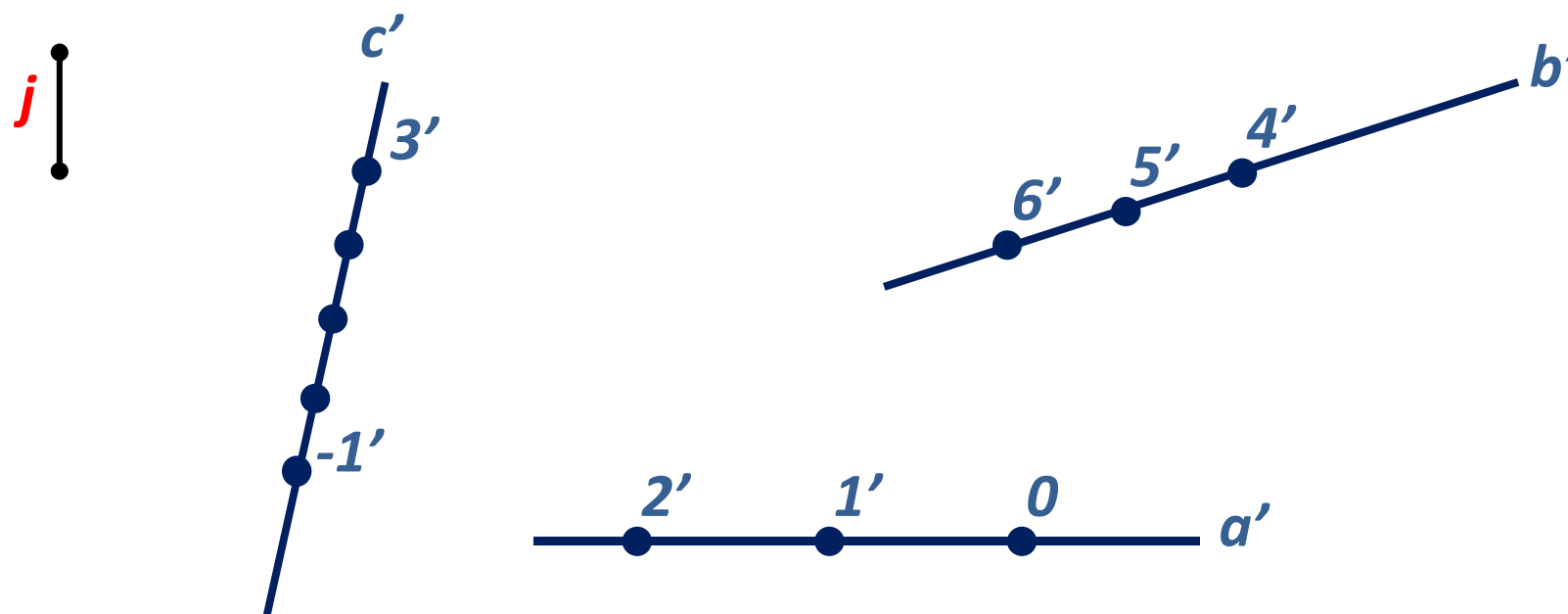


GWIRT: RZUT CECHOWANY - PROSTA



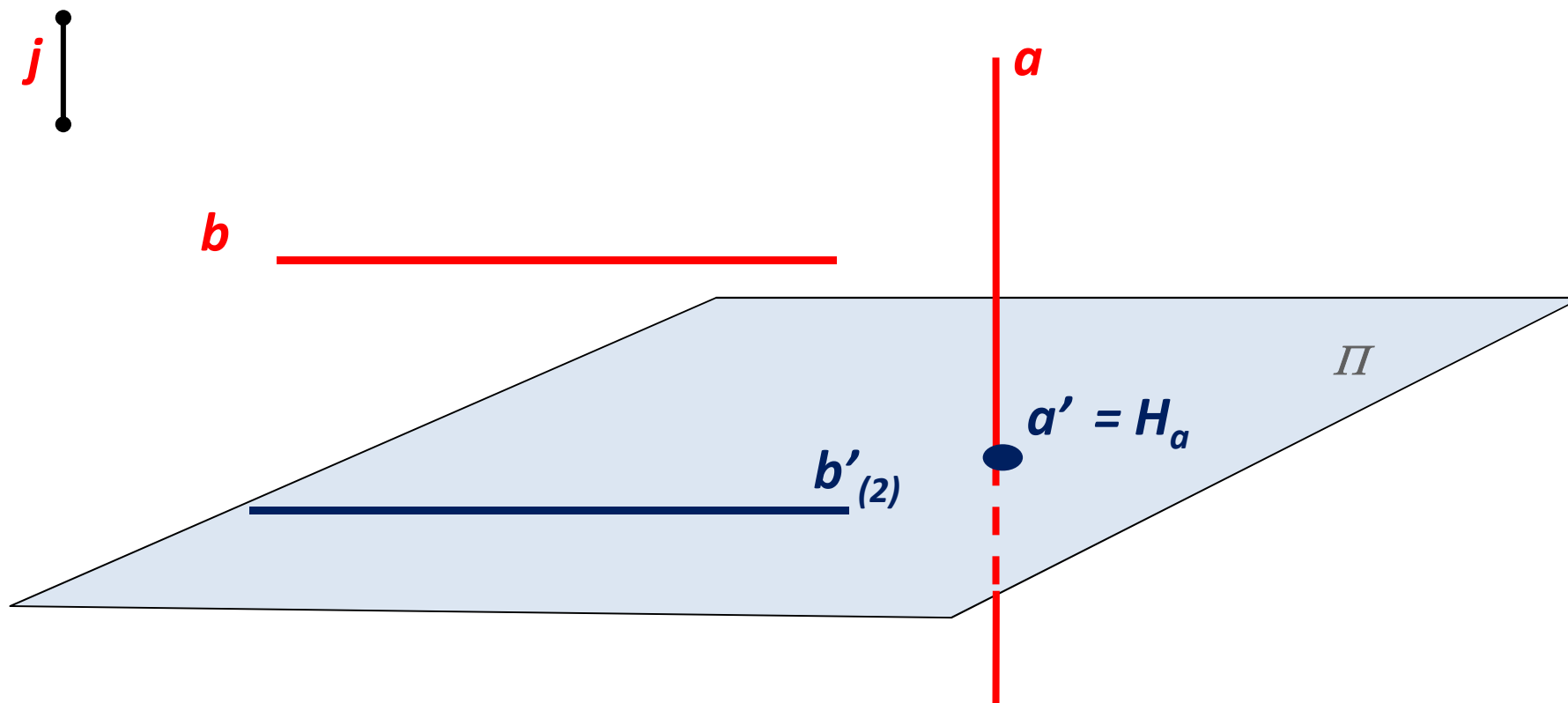
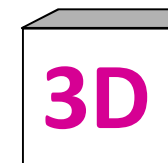
prosta w przestrzeni

**GWIRT:** RZUT CECHOWANY - PROSTA



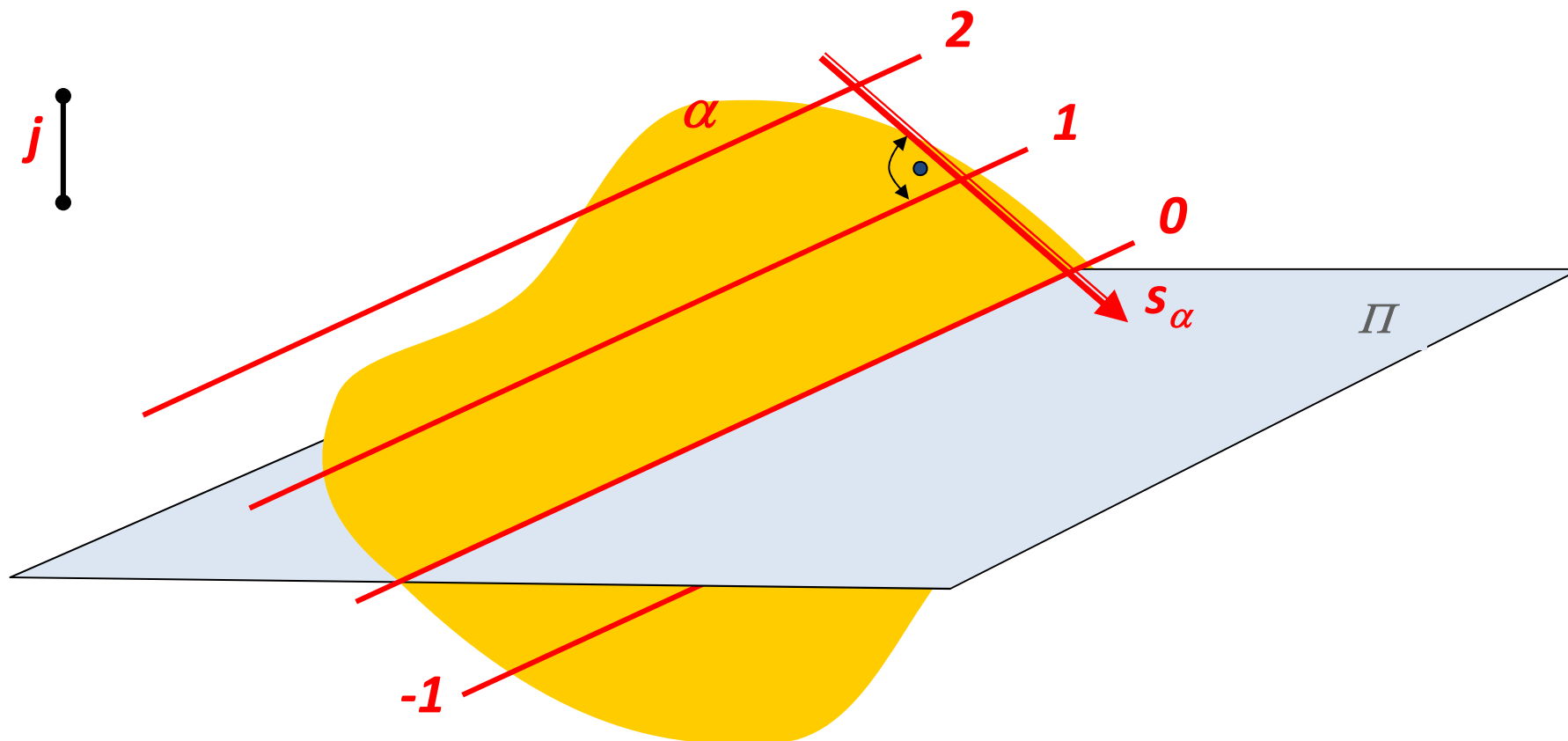
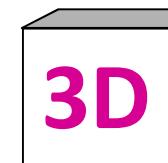
rzut cechowany prostej

GWIRT: RZUT CECHOWANY - PROSTA



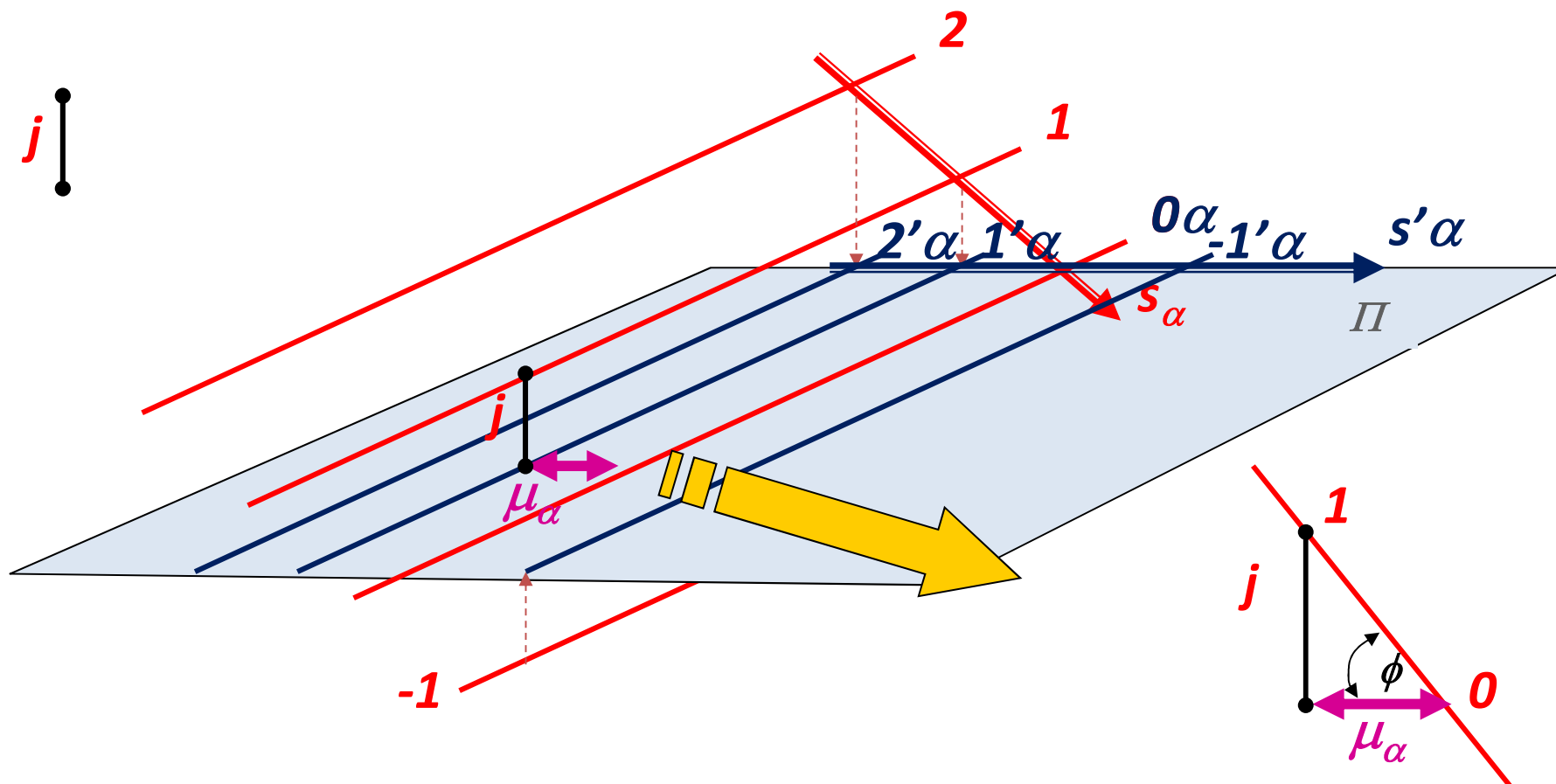
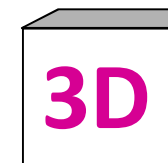
prosta równoległa i prostopadła do rzutni

GWIRT: RZUT CECHOWANY - PŁASZCZYZNA



płaszczyzna w przestrzeni

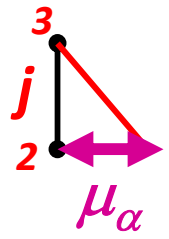
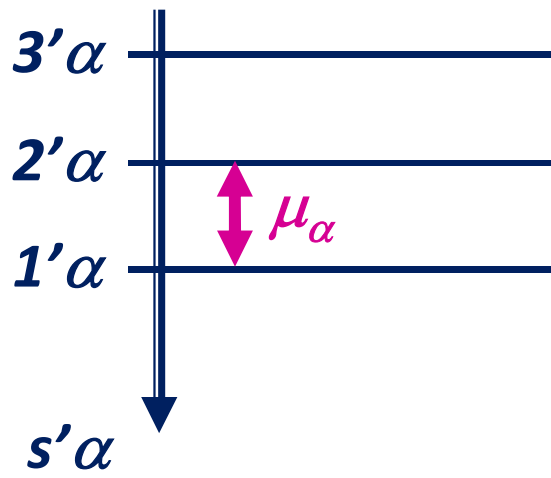
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - PŁASZCZYZNA



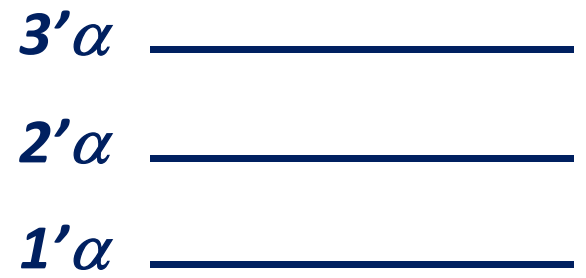
płaszczyzna w przestrzeni – plan warstwiczny

# GWIRT: RZUT CECHOWANY - PŁASZCZYZNA

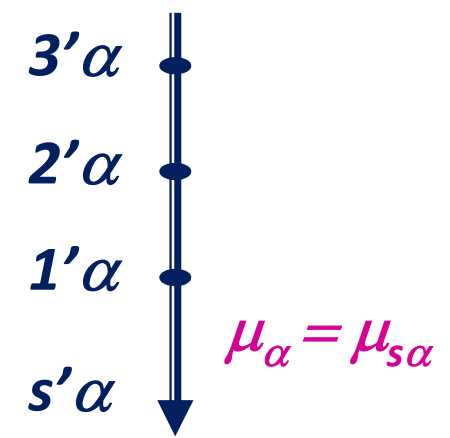
plan warstwowy



warstwice

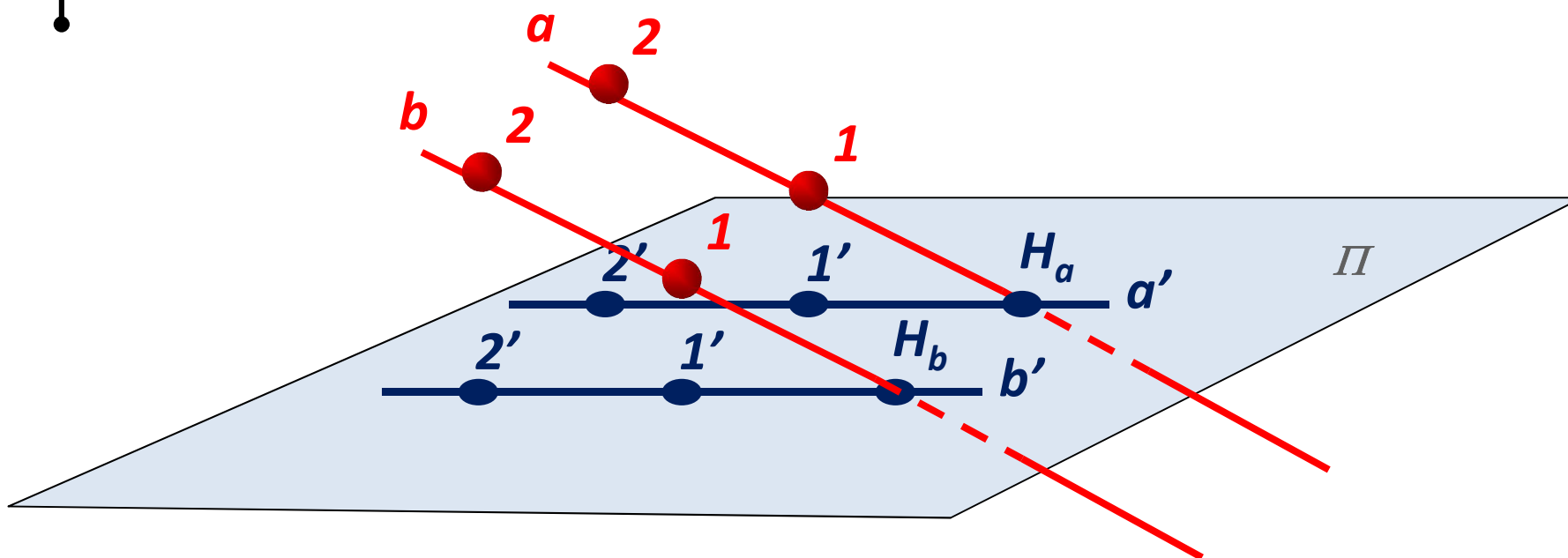
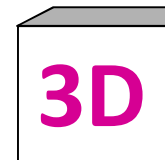


linia spad



rzut cechowany płaszczyzny – sposoby przedstawiania

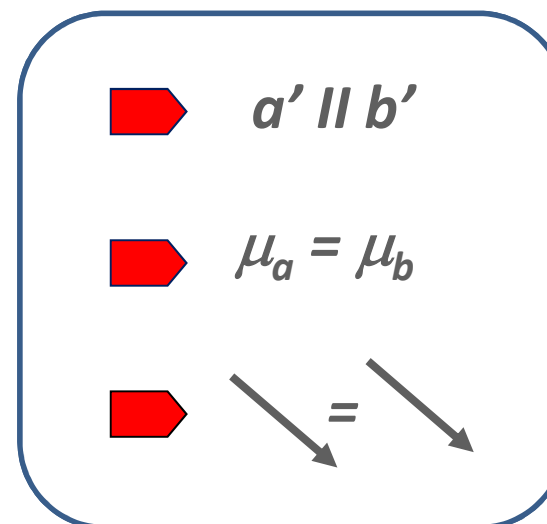
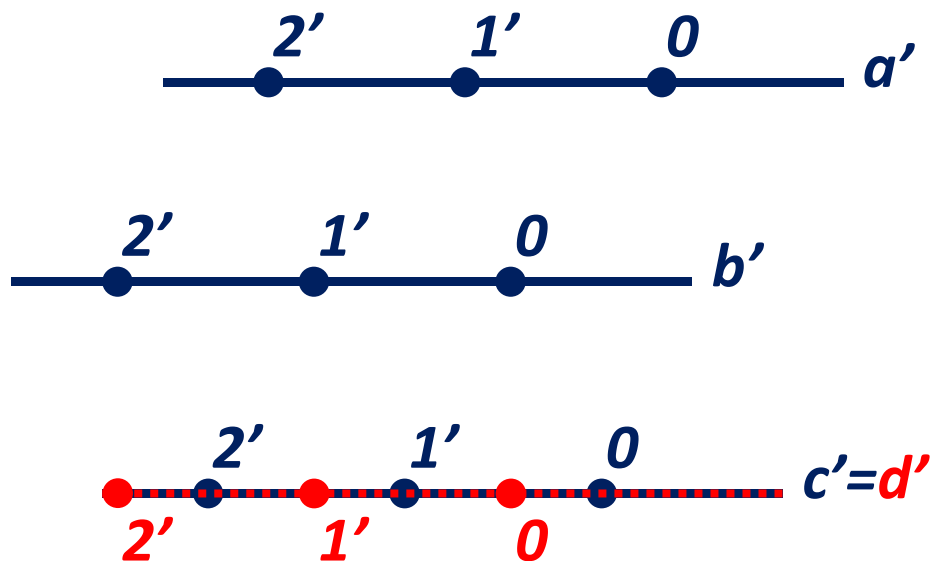
GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



proste równoległe w przestrzeni

# GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

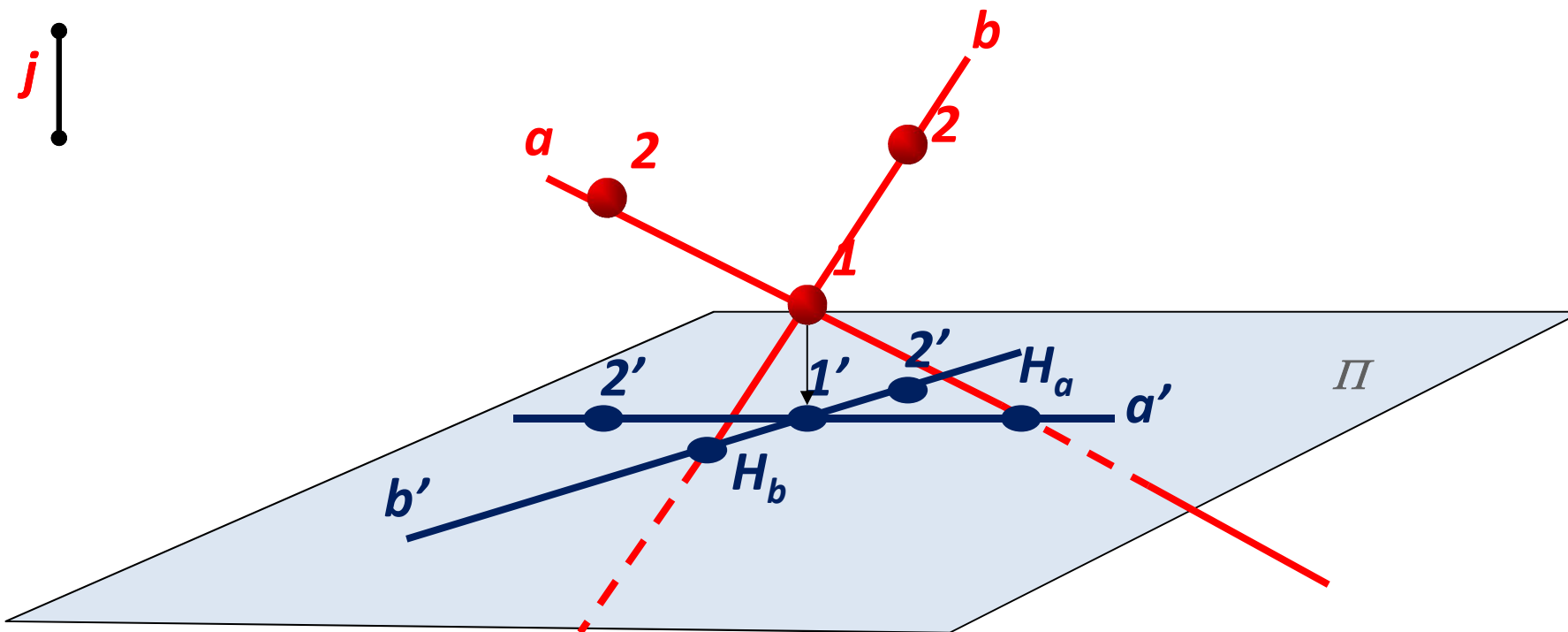
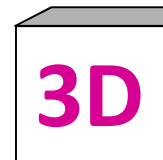
*j*



rzut cechowany prostych równoległych



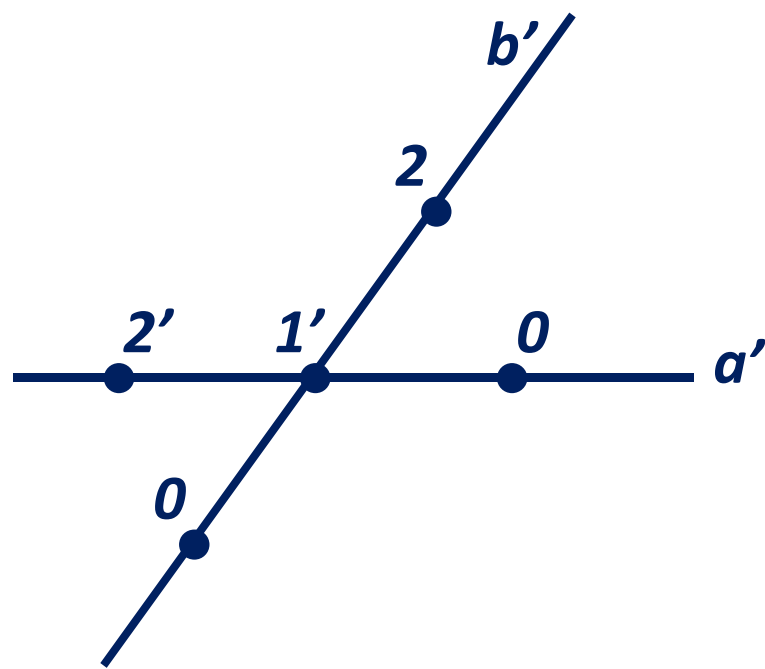
GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



proste przecinające się w przestrzeni

**GWIRT:** RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

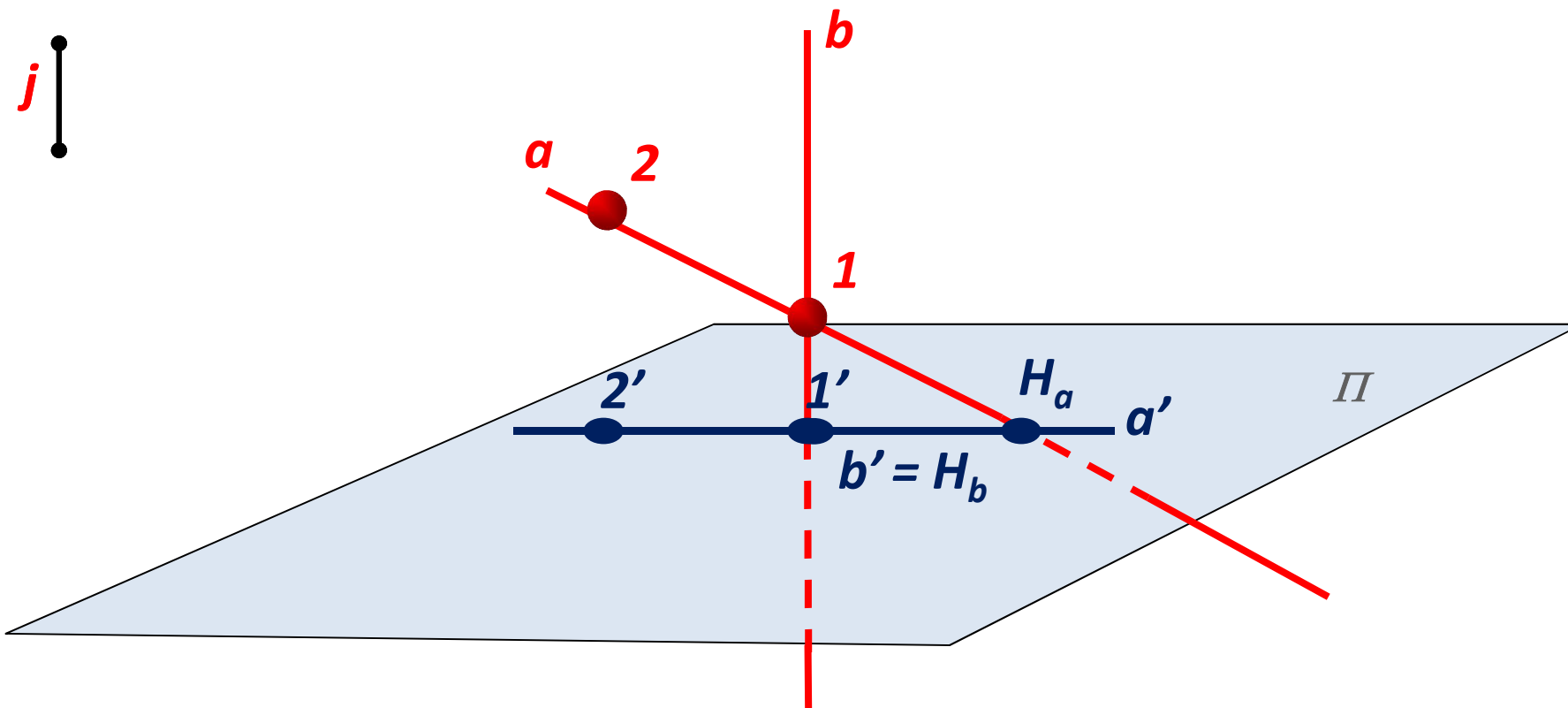
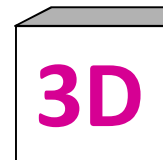
*j*



➡  $1' = P'(1)$

rzut cechowany prostych przecinających się

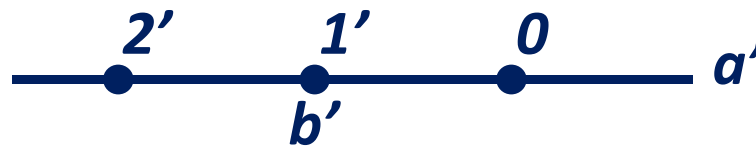
GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



proste przecinające się w przestrzeni

**GWIRT:** **RZUT CECHOWANY** - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

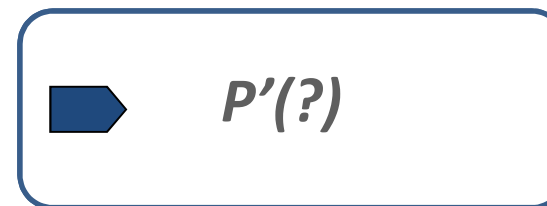
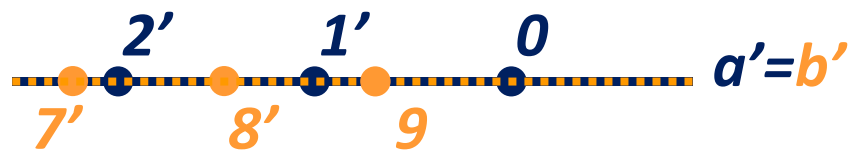
*j*



rzut cechowany prostych przecinających się

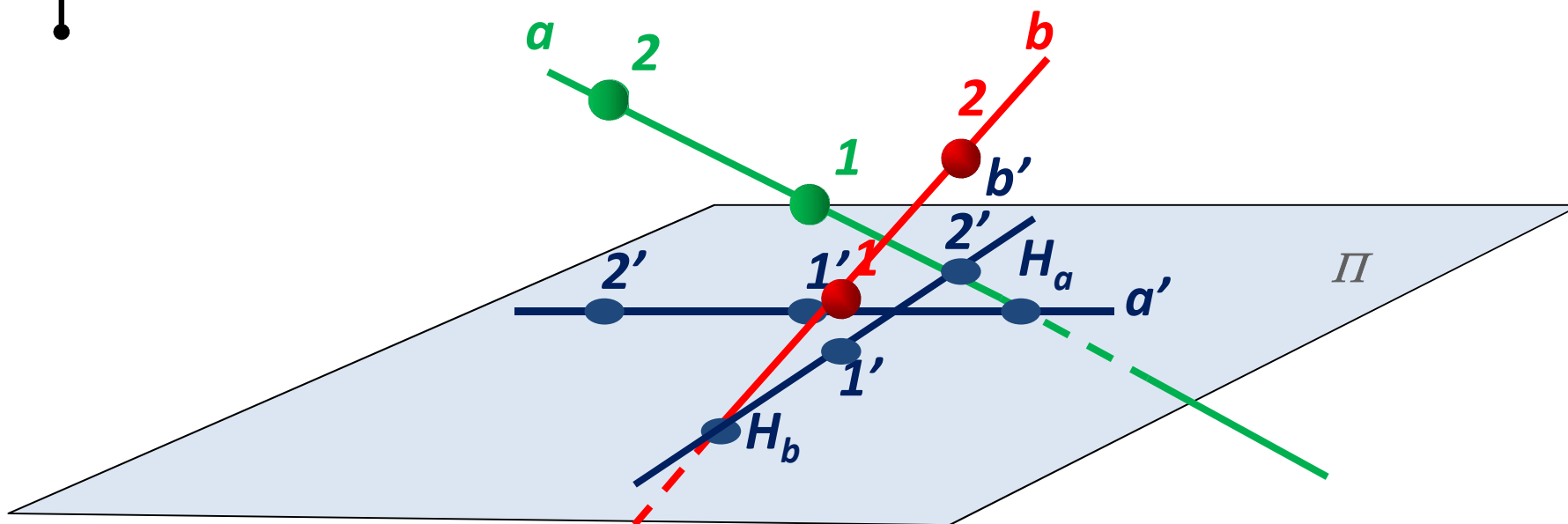
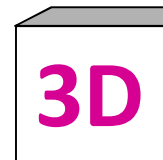
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

*j*



rzut cechowany prostych przecinających się

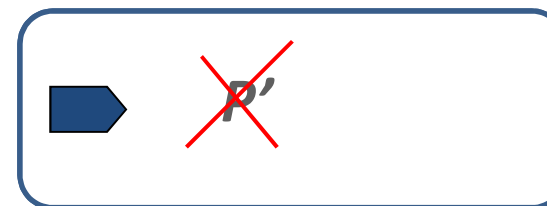
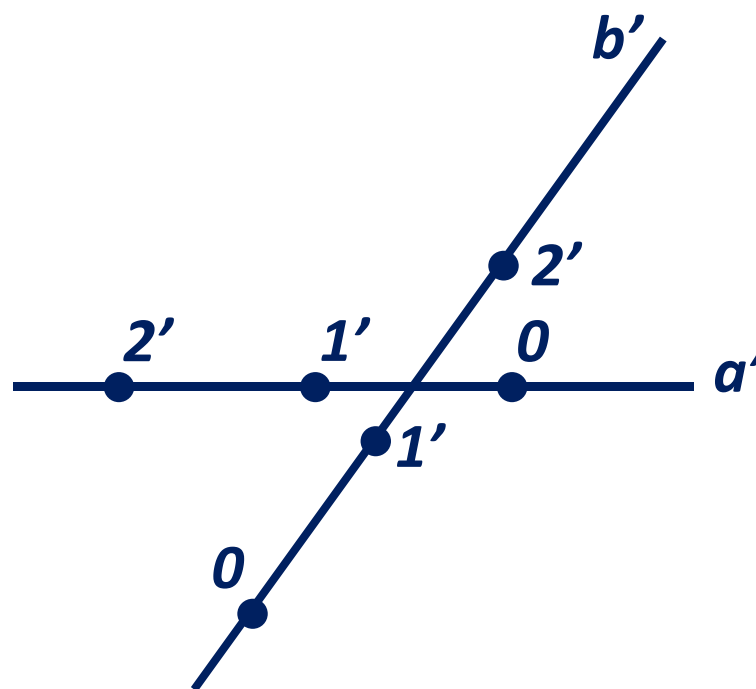
GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



proste skośne w przestrzeni

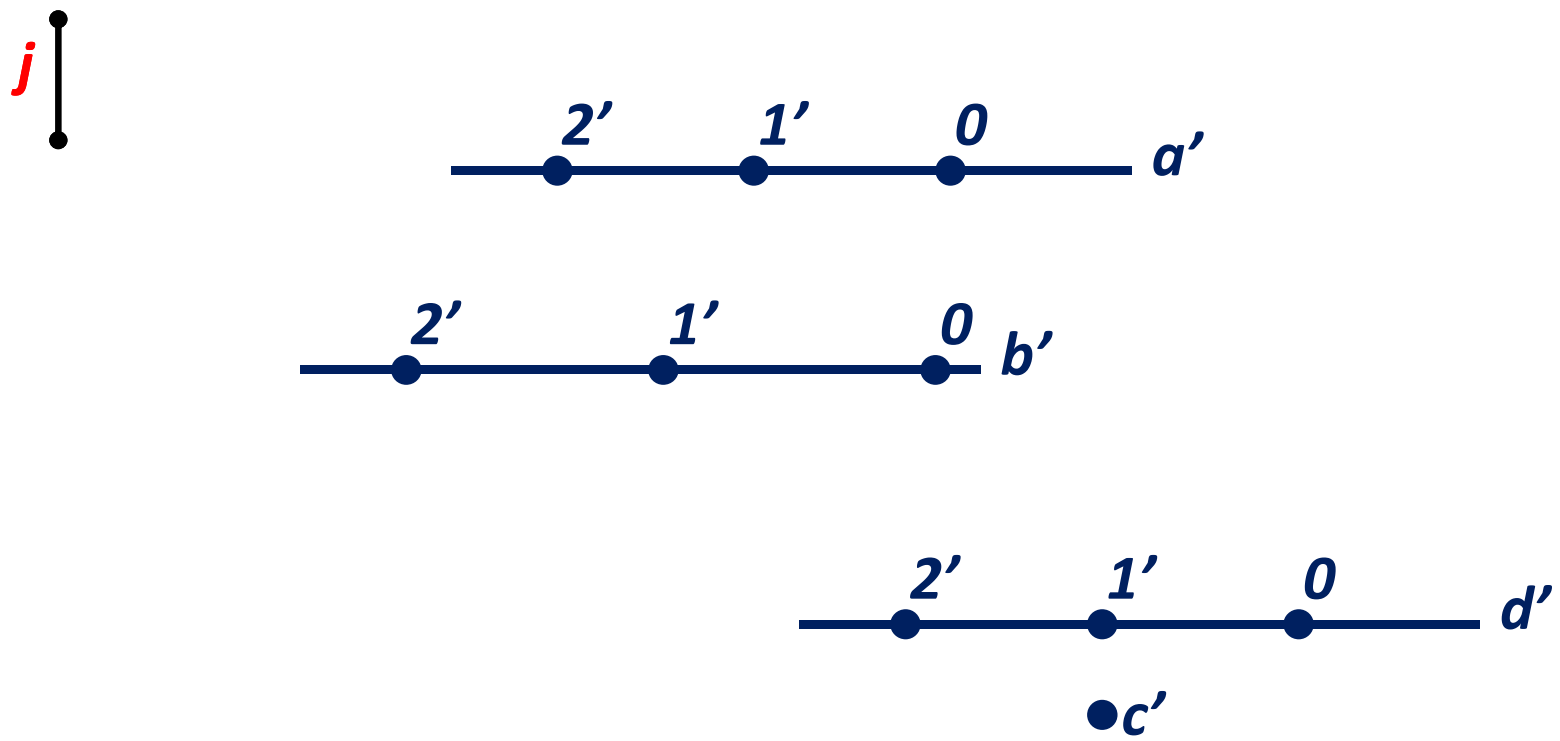
**GWIRT:** RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

*j*



rzut cechowany prostych skośnych

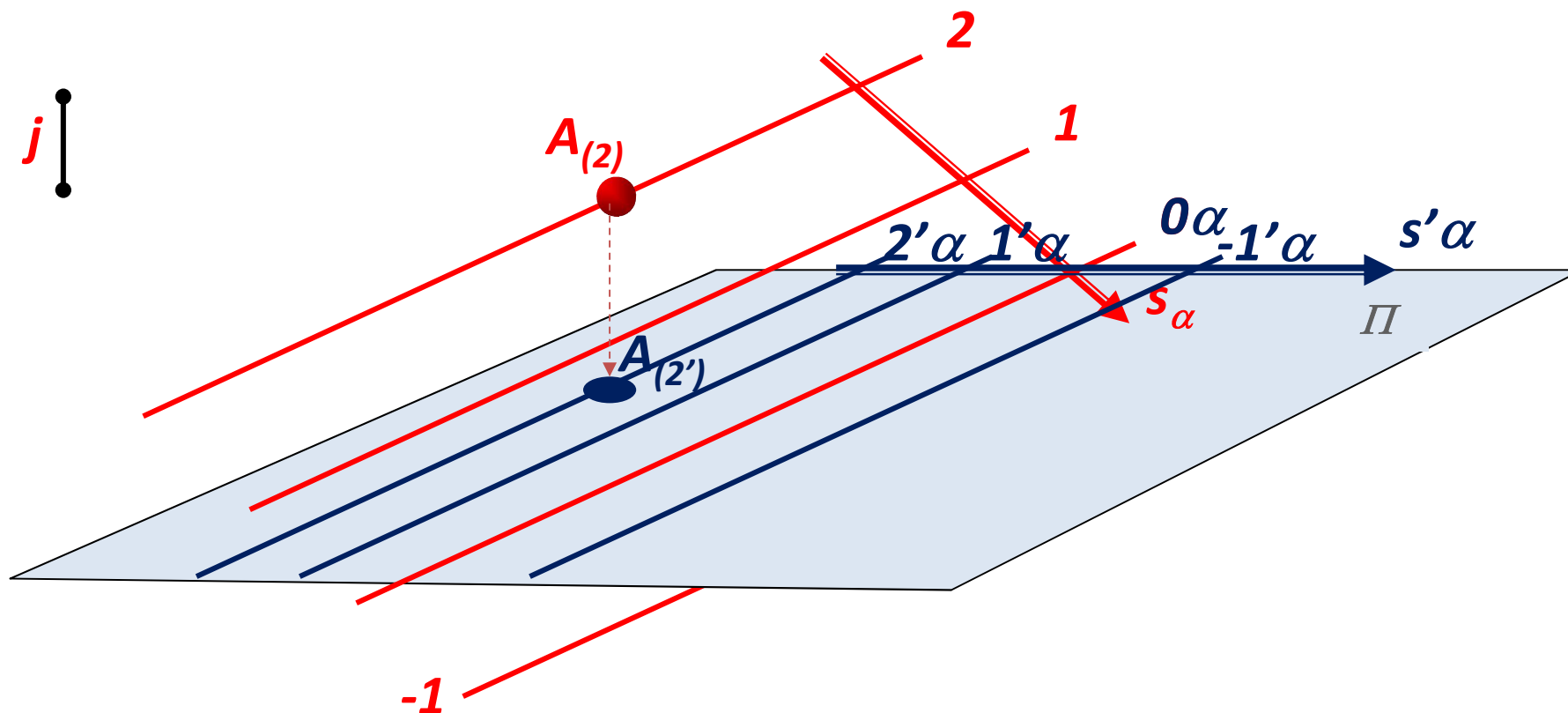
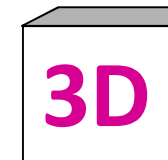
**GWIRT:** RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



rzut cechowany prostych skośnych



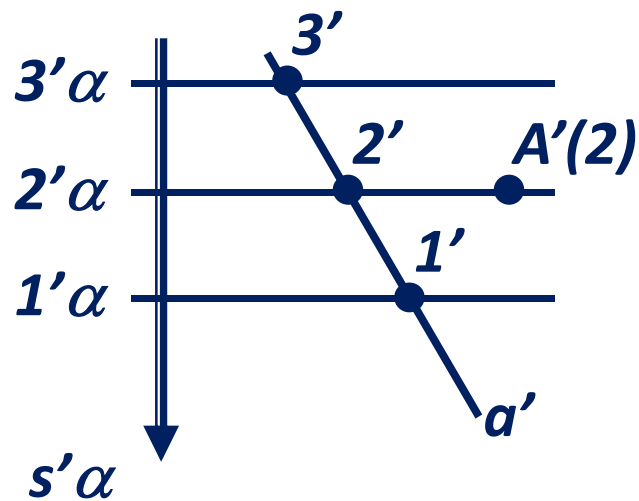
GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



punkt leżący na płaszczyźnie w przestrzeni

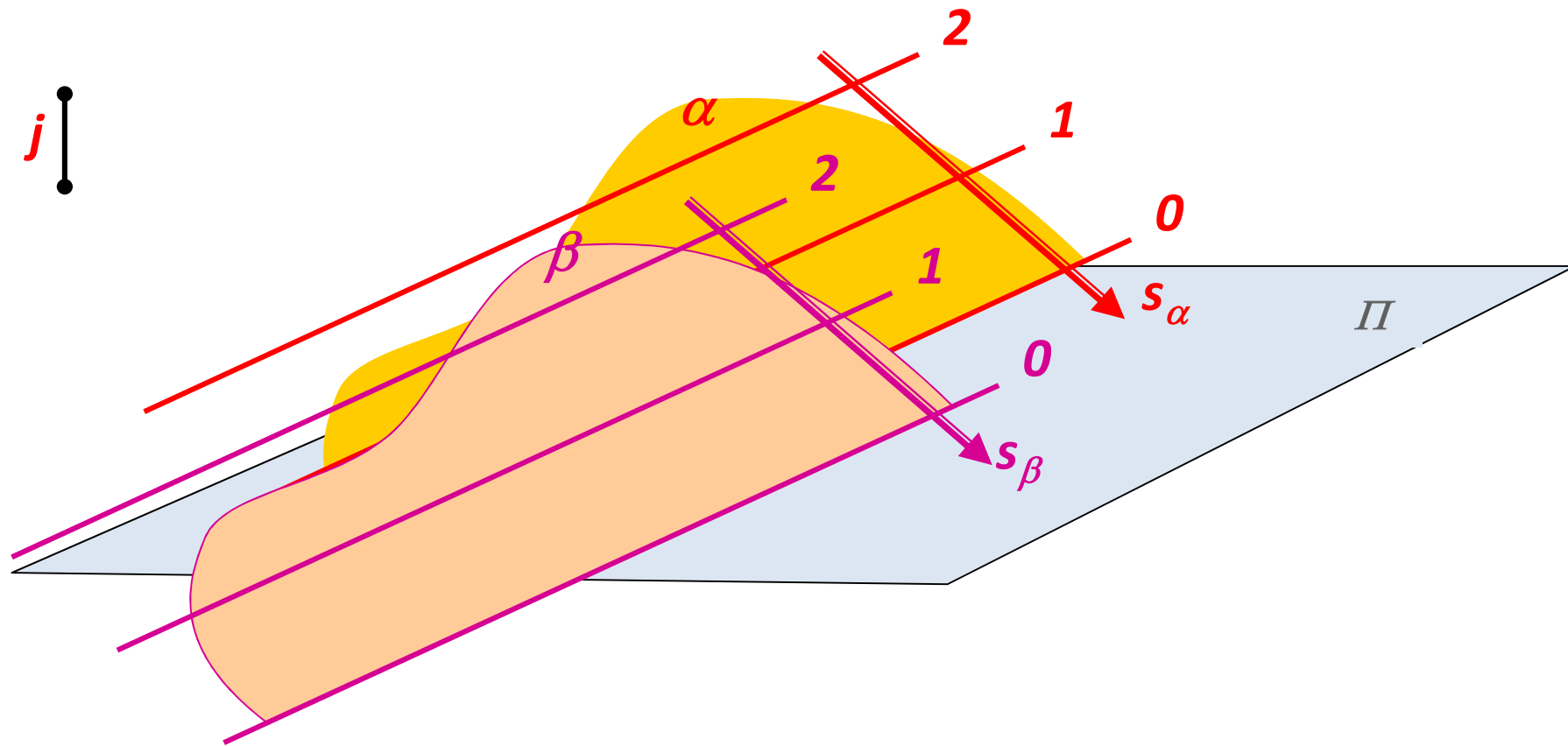
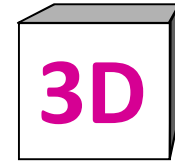
**GWIRT:** **RZUT CECHOWANY** - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

*j*



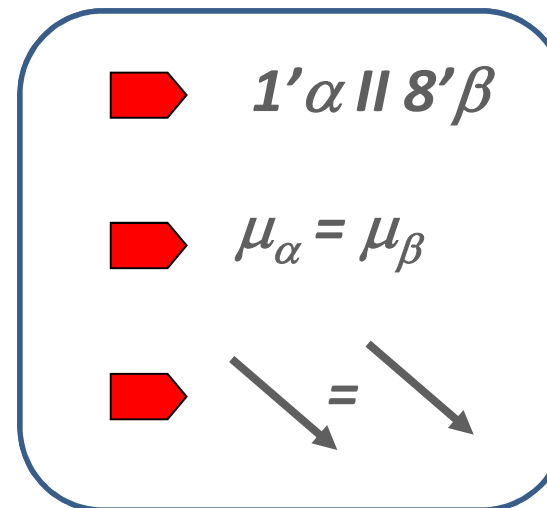
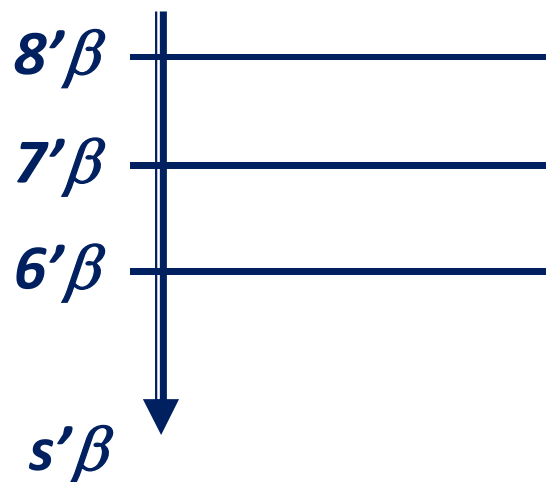
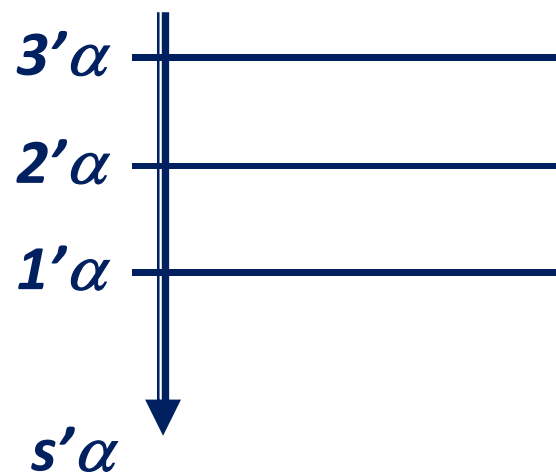
rzut cechowany punktu i prostej leżących na płaszczyźnie

**GWIRT:** RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



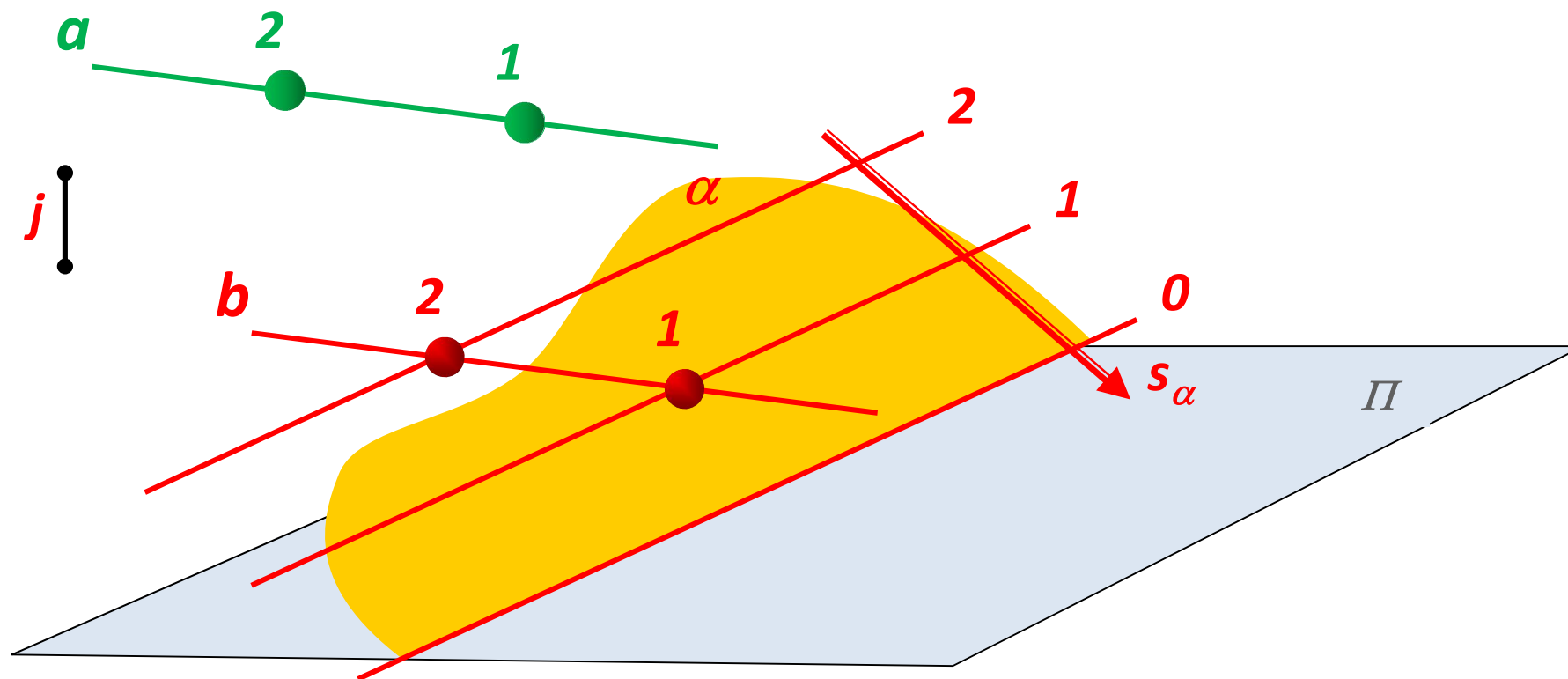
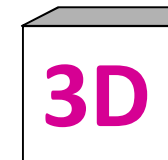
płaszczyzny równoległe w przestrzeni

**GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW**



rzut cechowany płaszczyzn równoległych

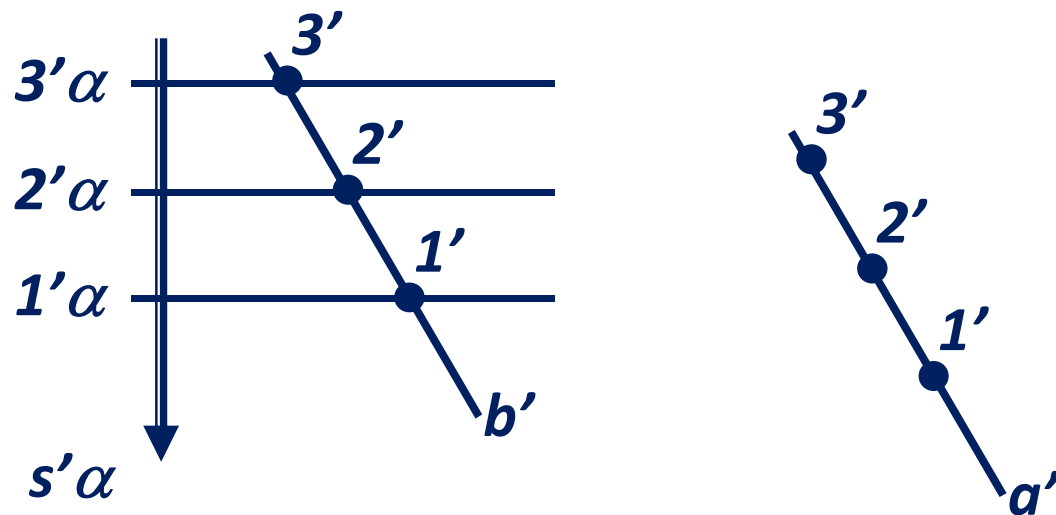
GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



prosta równoległa do płaszczyzny w przestrzeni

**GWIRT:** RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

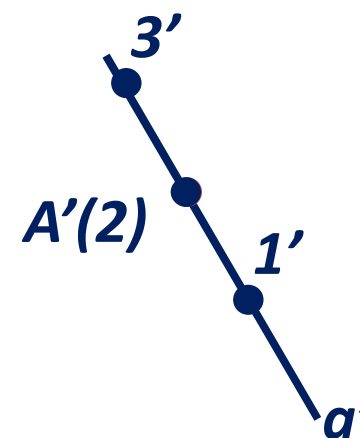
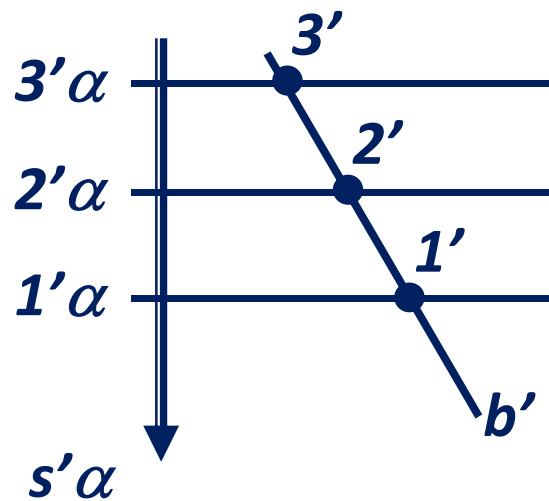
*j*



rzut cechowany prostej równoległej do płaszczyzny

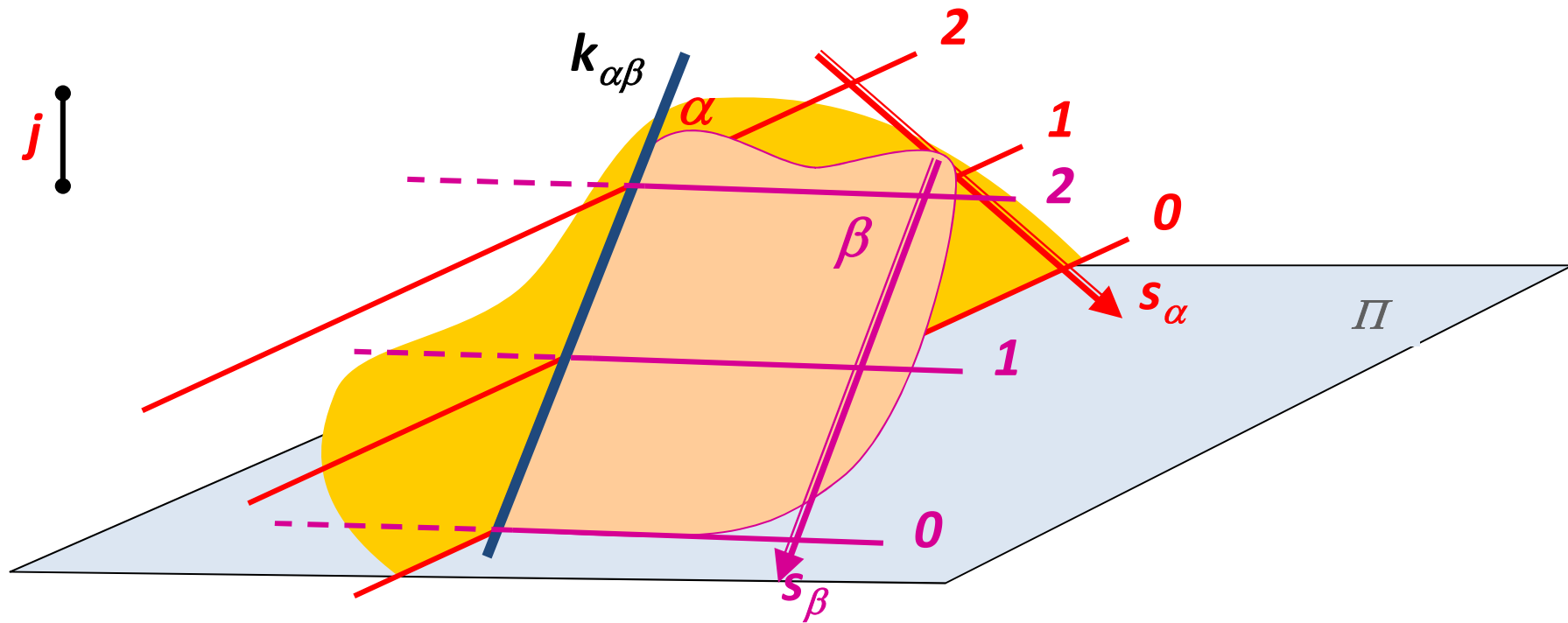
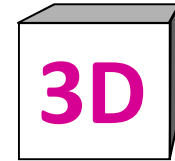
**GWIRT:** **RZUT CECHOWANY** - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW

*j*



rzut cechowany prostej równoległej do płaszczyzny

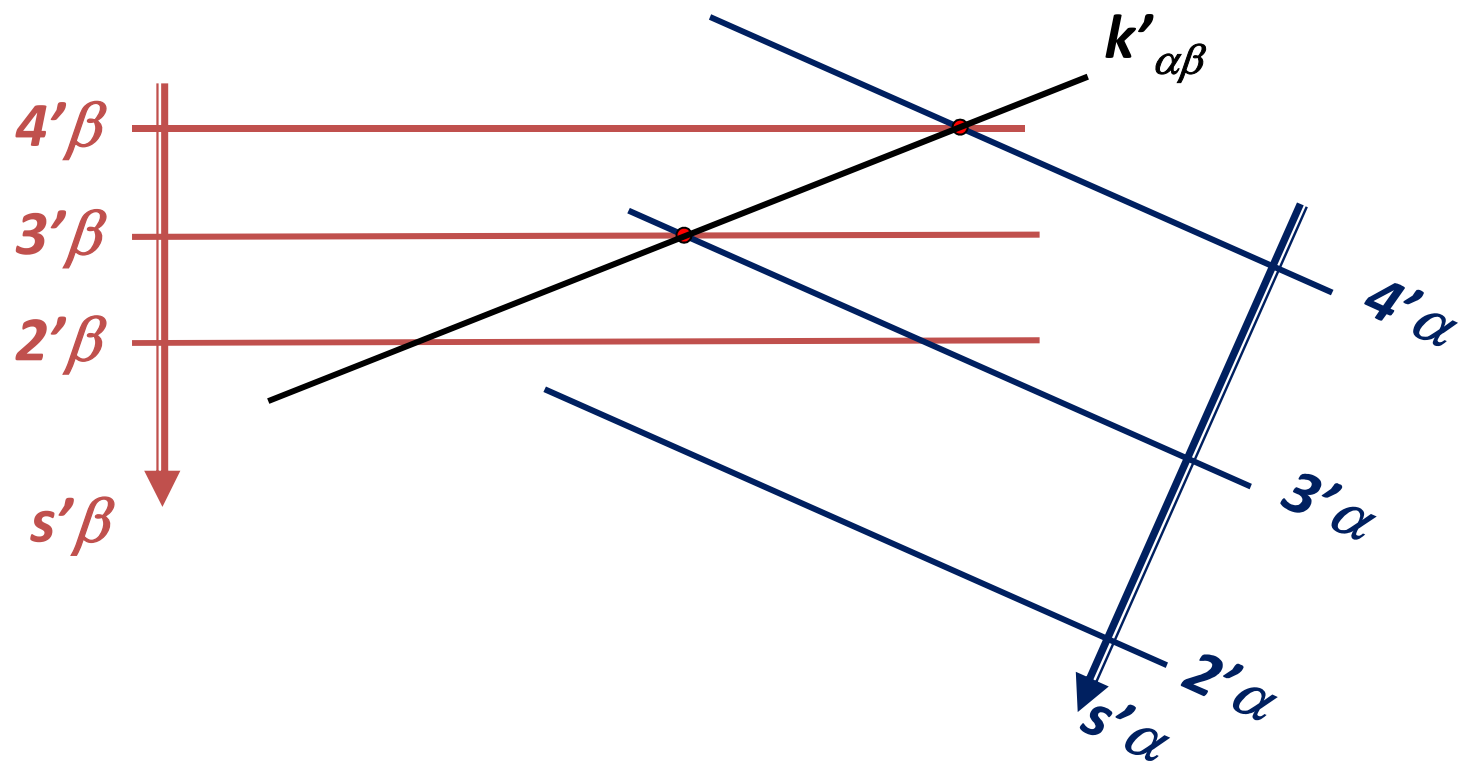
GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



płaszczyzny przecinające się w przestrzeni

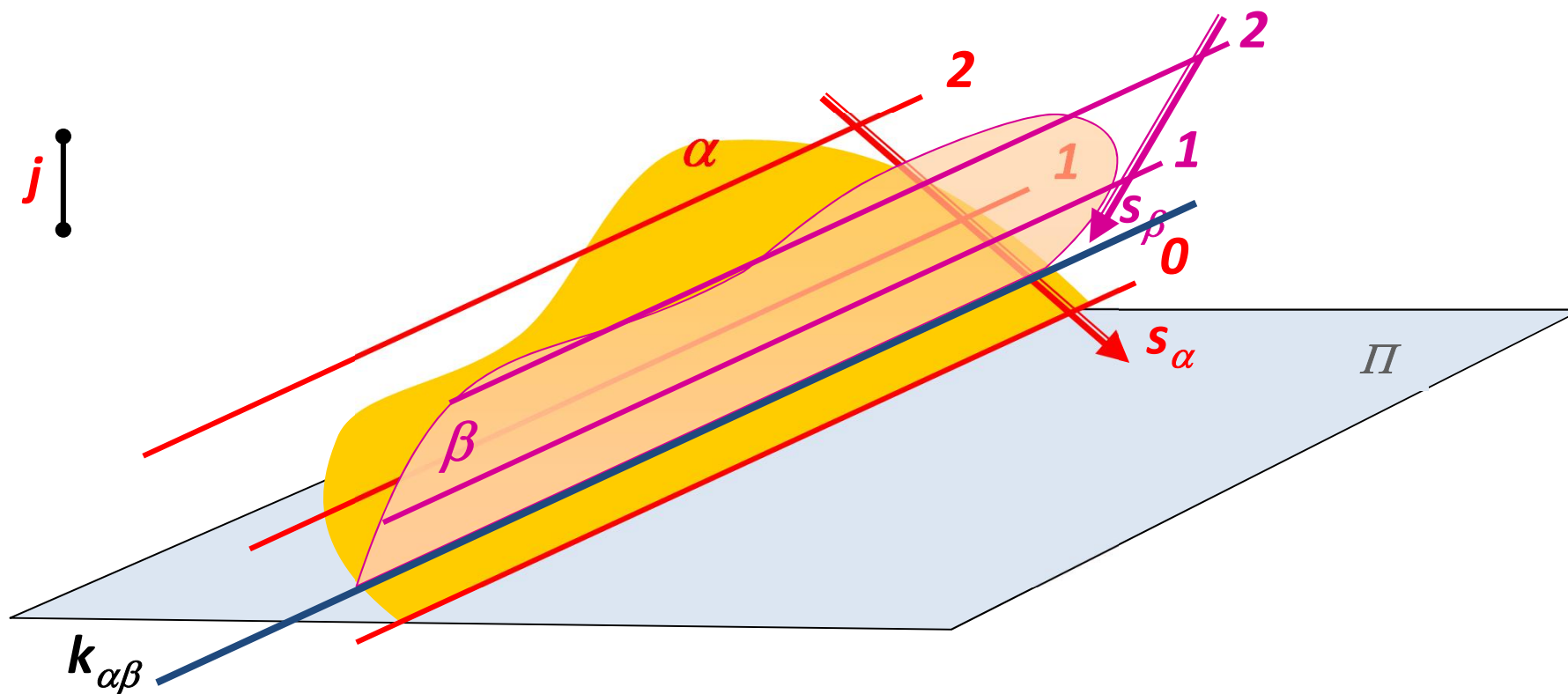
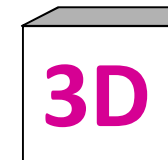


**GWIRT:** RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



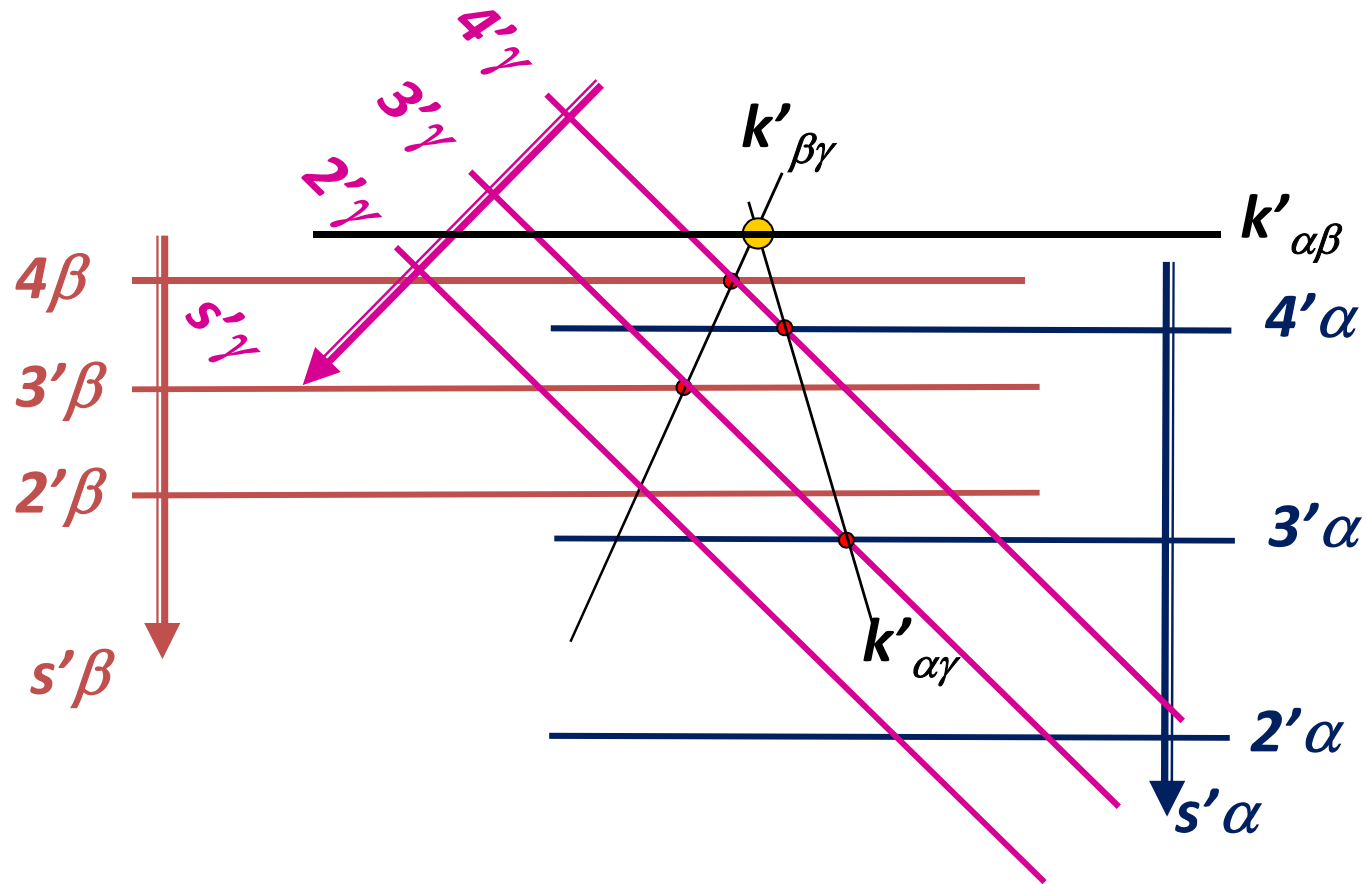
rzut cechowany płaszczyzn przecinających się

**GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW**



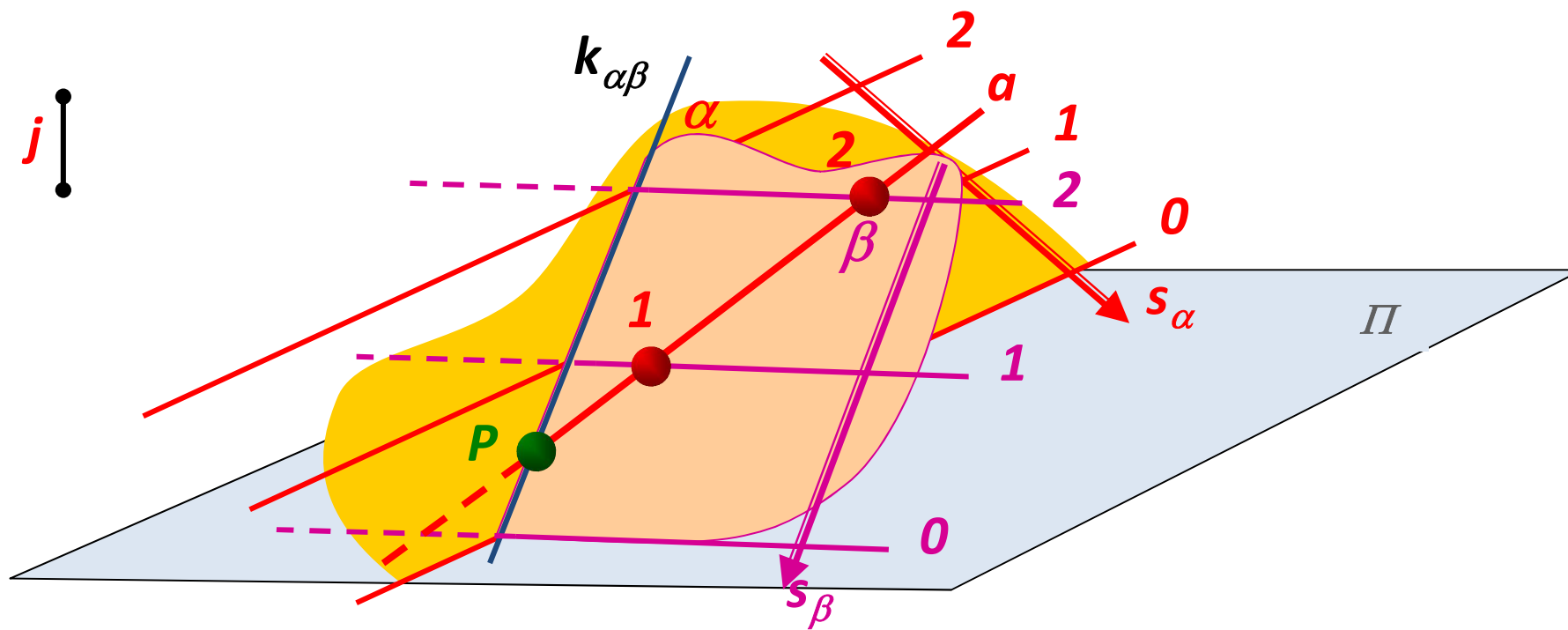
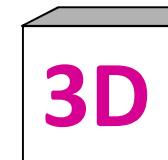
**płaszczyzny przecinające się w przestrzeni o warstwicach  $\Pi$**

**GWIRT:** **RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW**



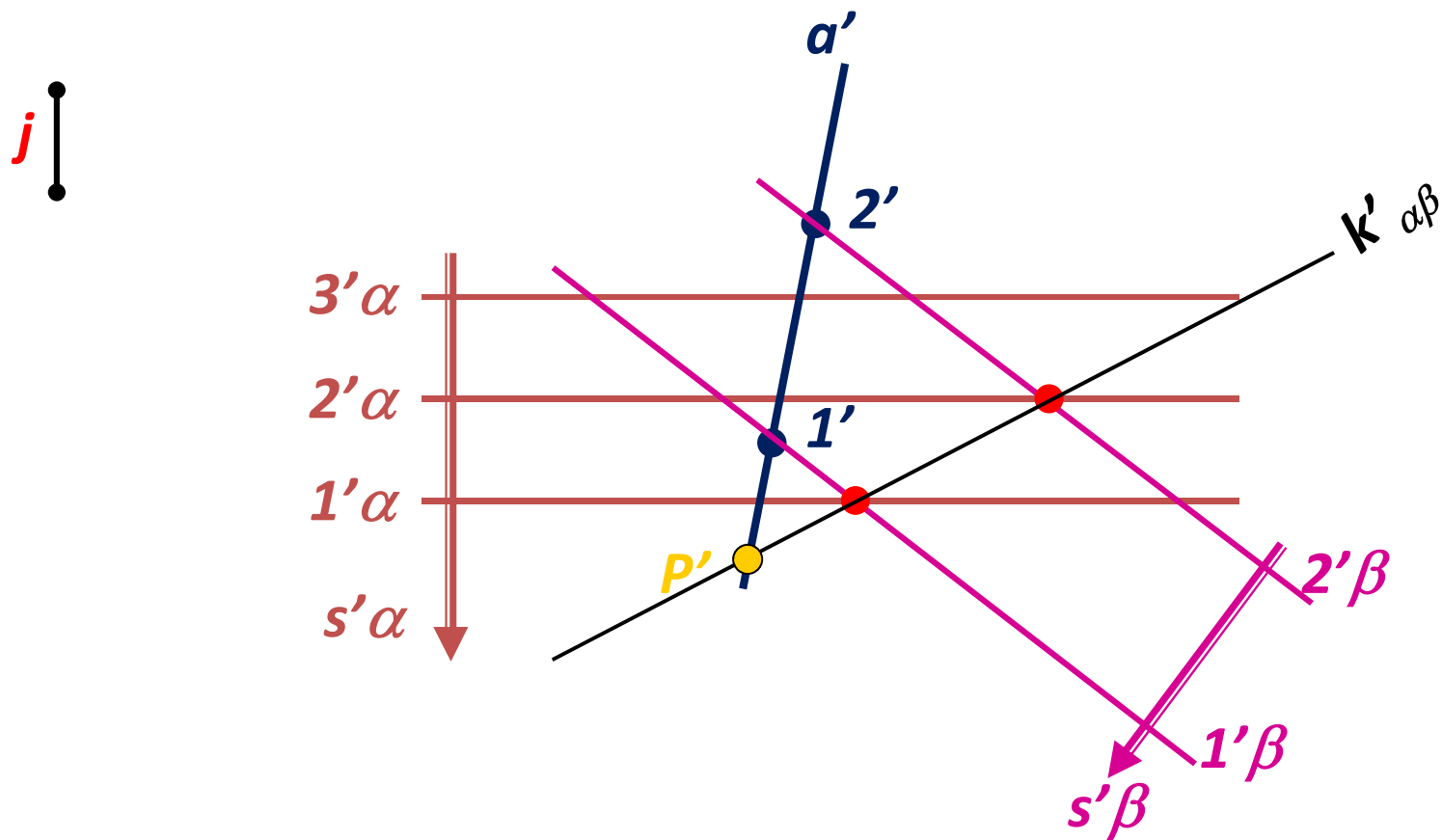
rzut cechowany płaszczyzn przecinających się o warstwach II

GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



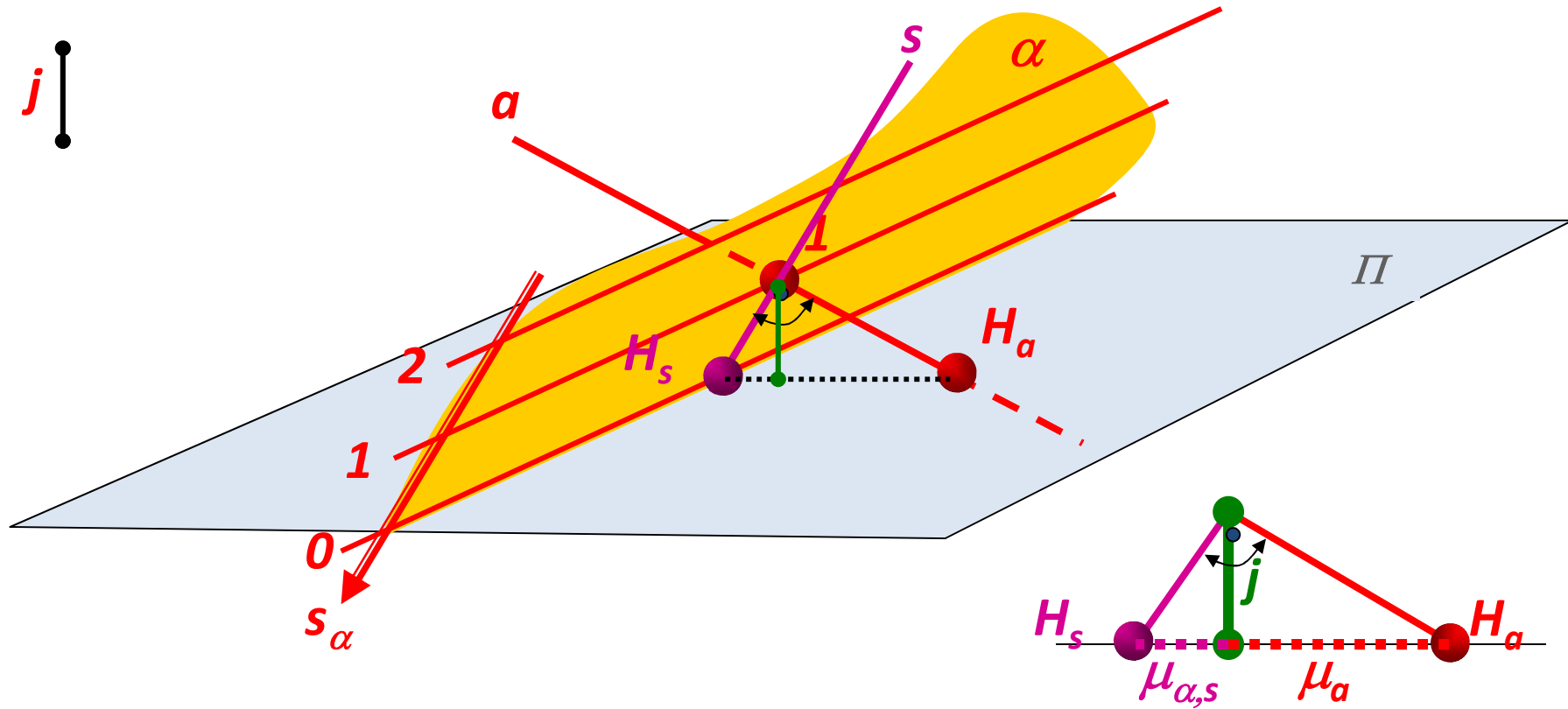
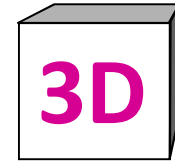
prosta przebijająca płaszczyznę w przestrzeni

# GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



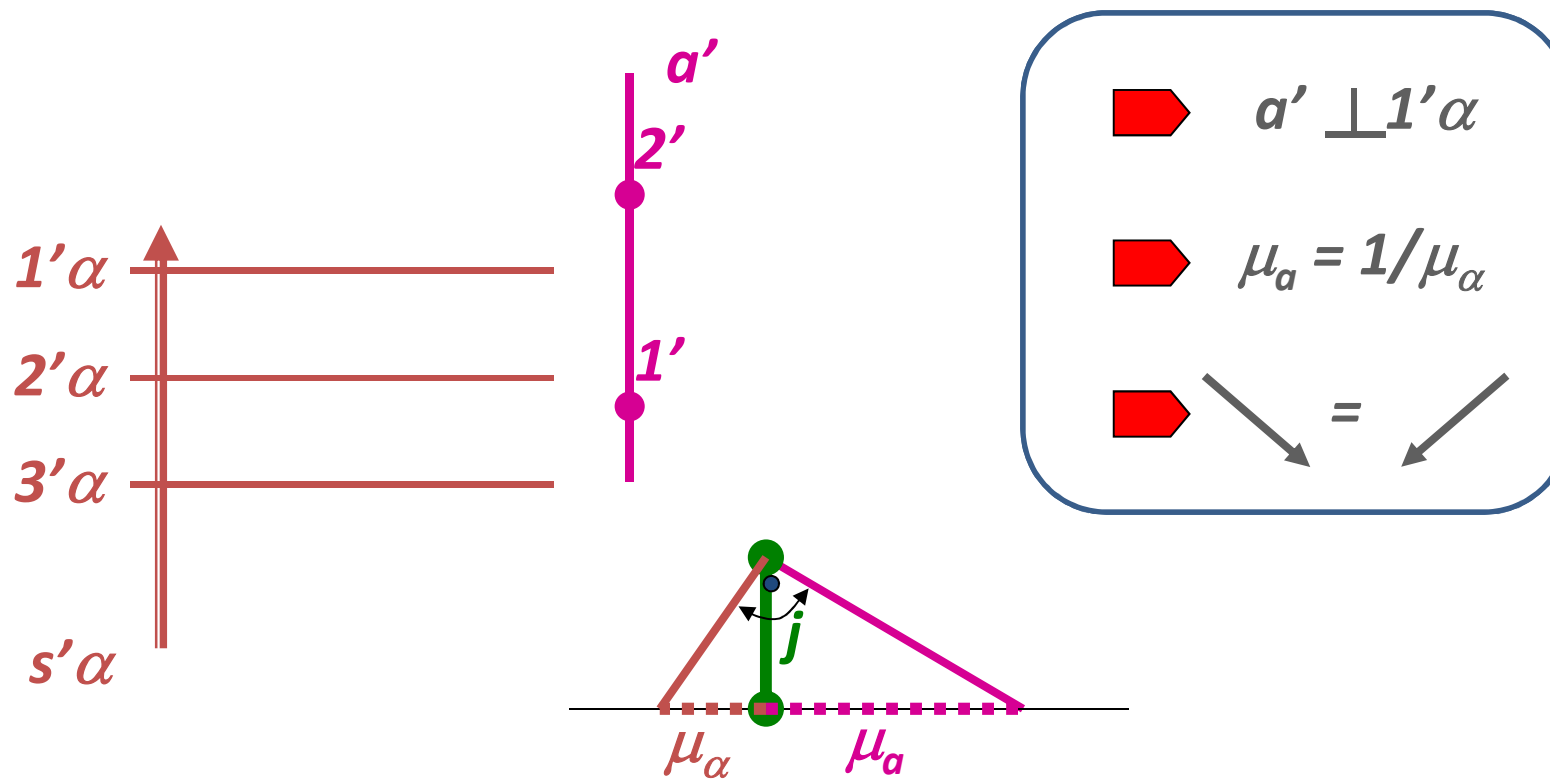
rzut cechowany prostej przebijającej płaszczyznę

GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



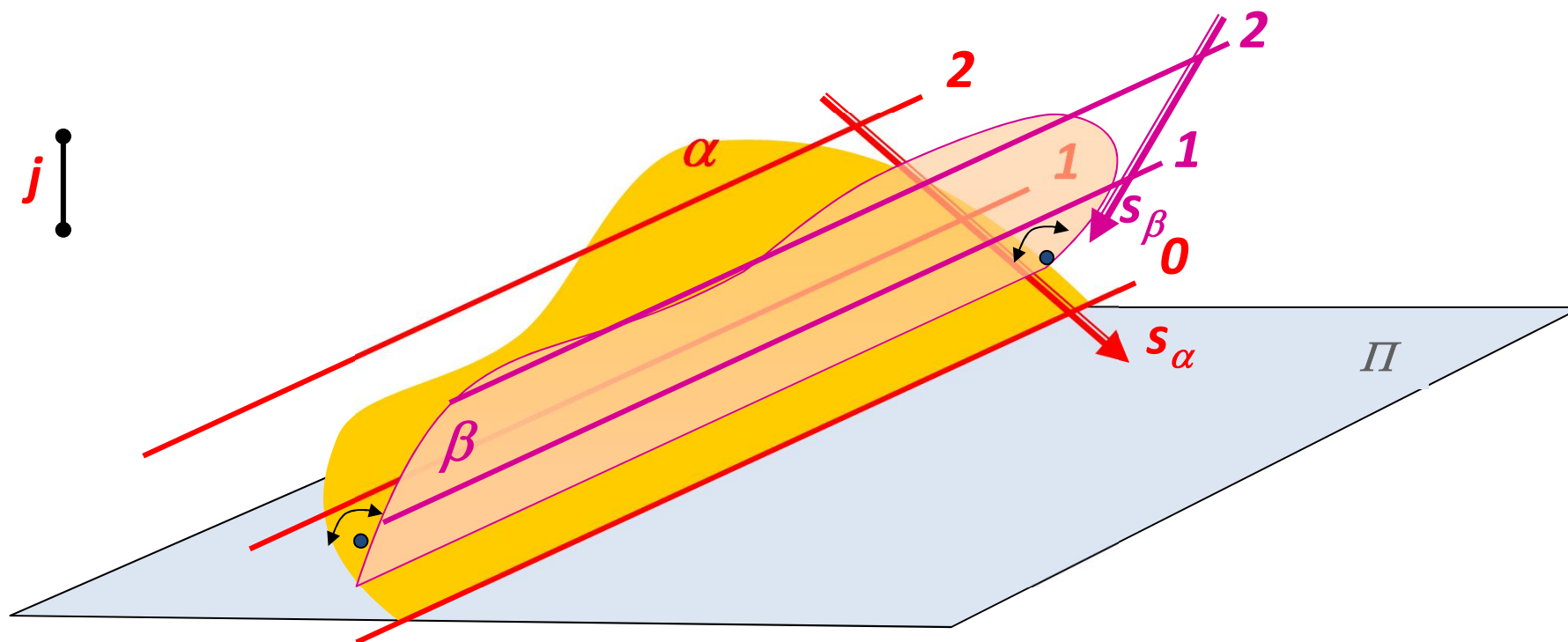
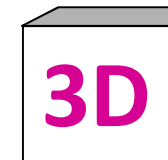
prosta prostopadła do płaszczyzny w przestrzeni

# GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



rzut cechowany prostej prostopadłej do płaszczyzny

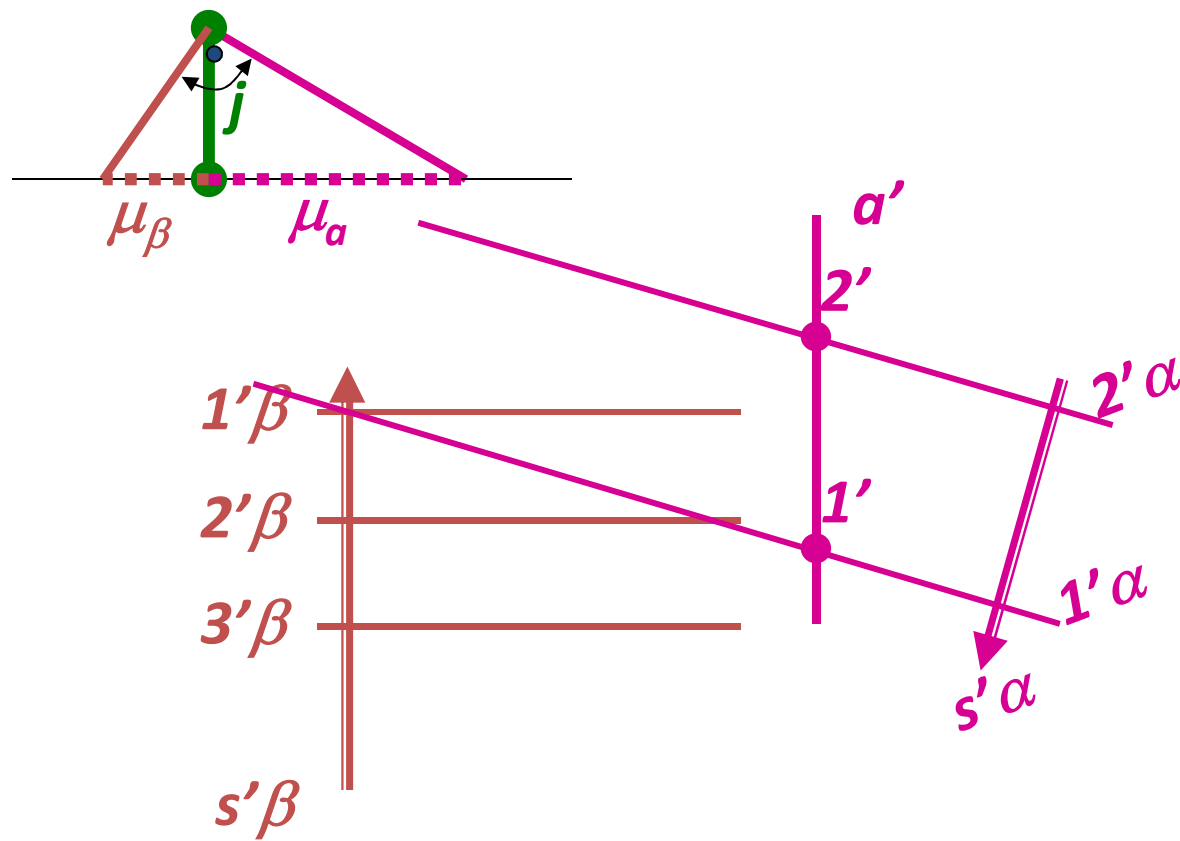
**GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW**



**płaszczyzna prostopadła do płaszczyzny w przestrzeni**



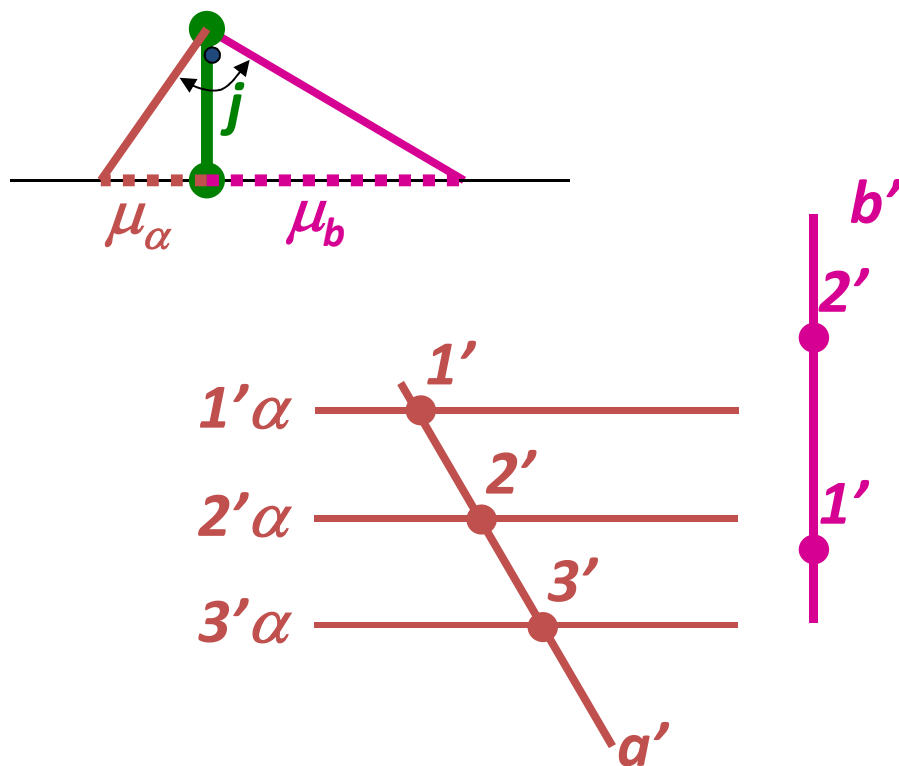
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



- $\alpha \in a \wedge a \perp \beta$
- $a' \perp 1'\beta$
- $\mu_\alpha = 1/\mu_\beta$
- ↘ = ↙

rzut cechowany płaszczyzny prostopadłej do płaszczyzny

# GWIRT: RZUT CECHOWANY - WZAJEMNE POŁOŻENIE ELEMENTÓW



➡  $\alpha \in a \wedge \alpha \perp b$

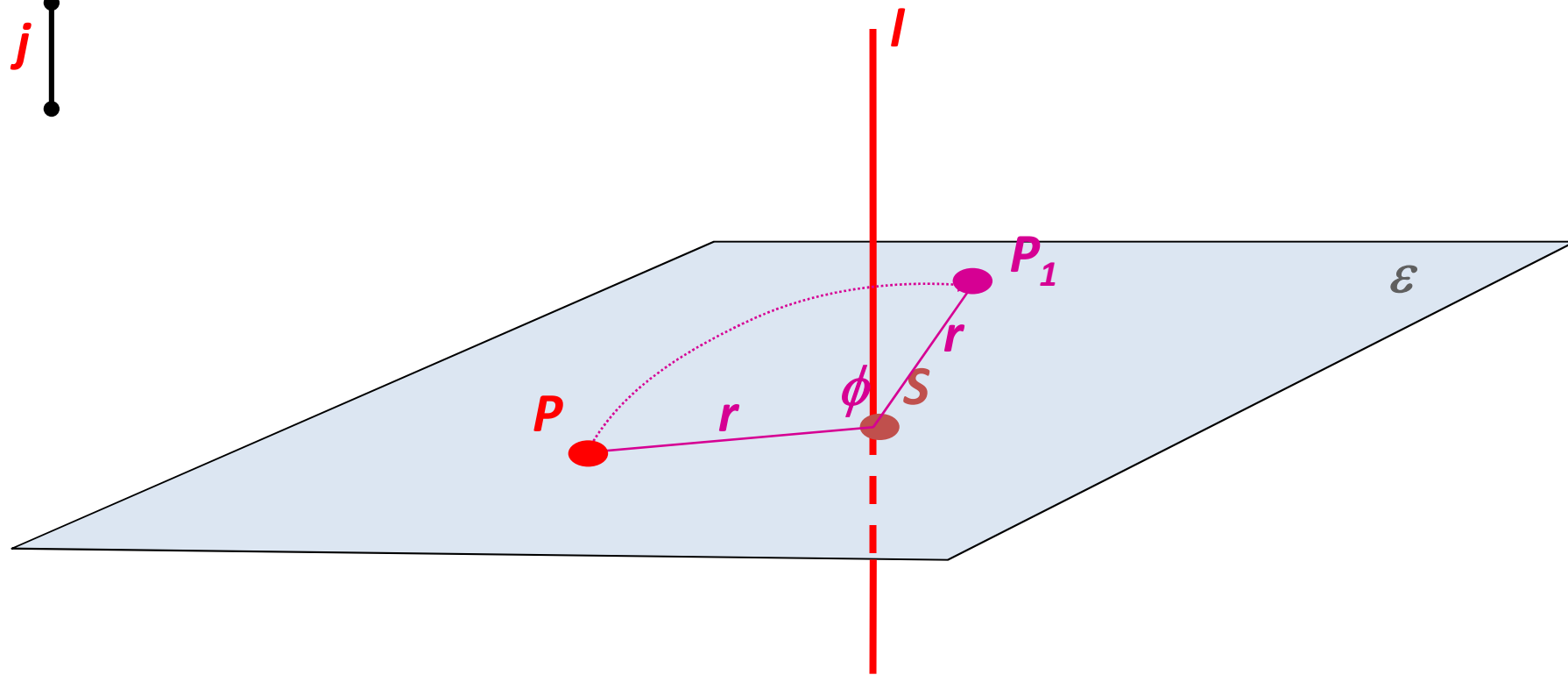
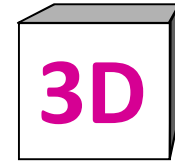
➡  $1' \alpha \perp b'$

➡  $\mu_\alpha = 1/\mu_b$

➡  $\searrow = \swarrow$

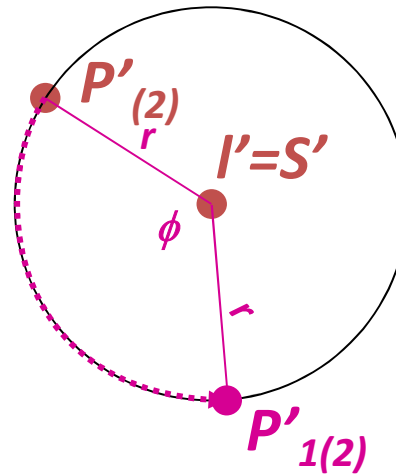
rzut cechowany prostej prostopadłej do prostej

GWIRT: RZUT CECHOWANY - OBRÓT



obrót punktu wokół osi pionowej

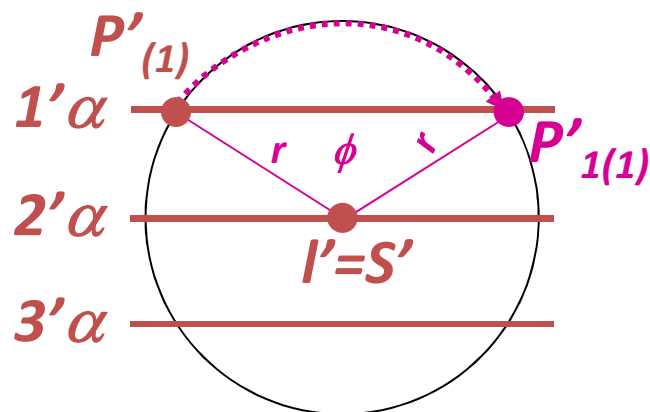
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - OBRÓT



obrót punktu wokół osi pionowej

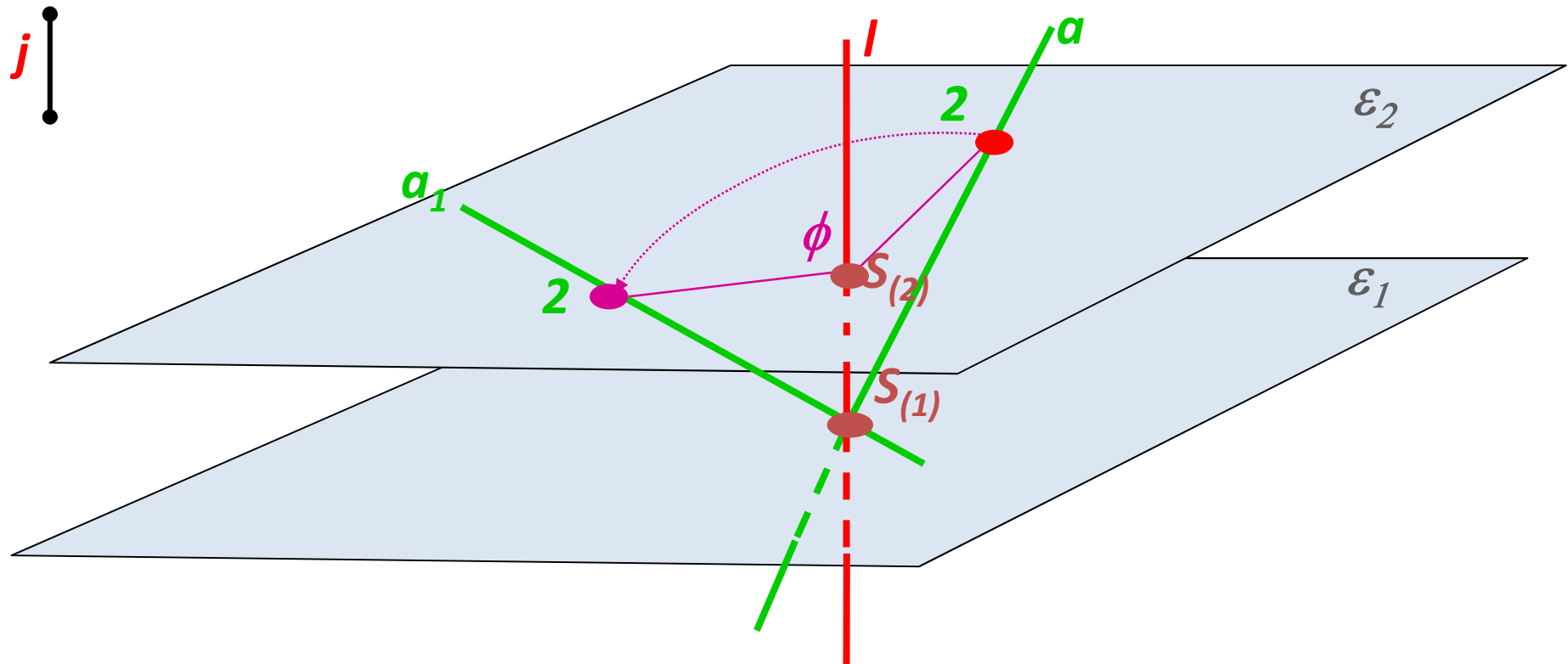
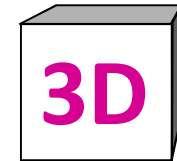
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - OBRÓT

$j$



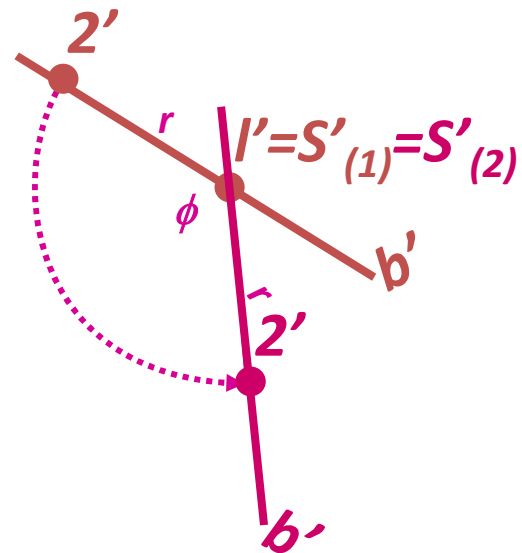
obrót punktu wokół osi pionowej

GWIRT: RZUT CECHOWANY - OBRÓT



obrót prostej wokół osi pionowej

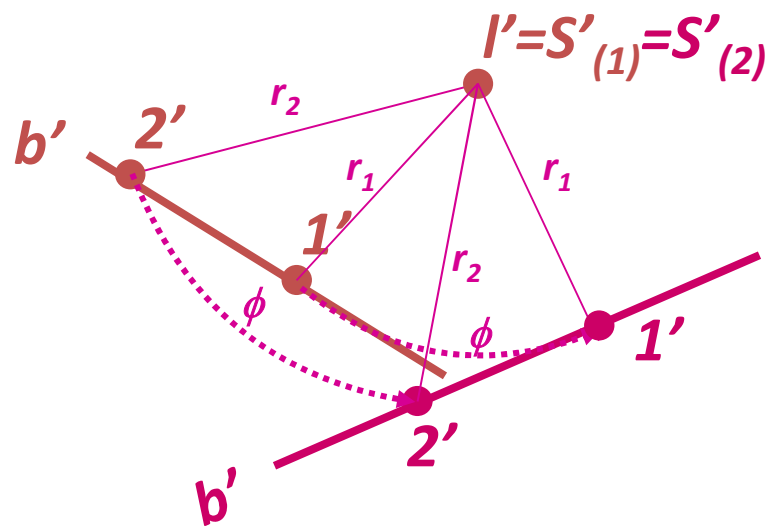
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - OBRÓT



obrót prostej wokół osi pionowej

# GWIRT: RZUT CECHOWANY - OBRÓT

$j$



obrót prostej wokół osi pionowej



## GWIRT: RZUT CECHOWANY - KŁAD

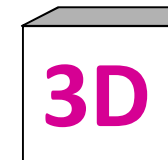
KŁAD – obrót przy następujących założeniach:

- oś obrotu leży na rzutni (jest pozioma)
- kąt obrotu jest taki aby punkt po obrocie znalazł się na rzutni

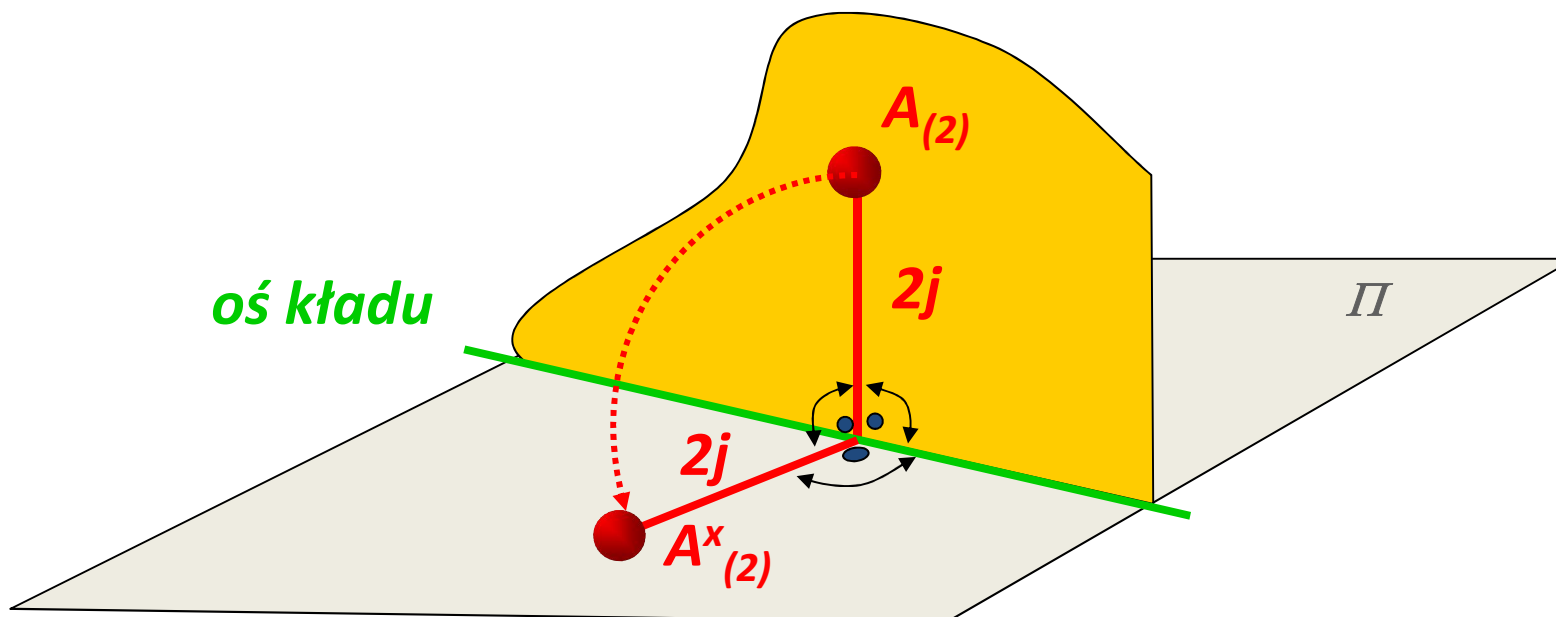
### POJĘCIA:

- Oś obrotu = oś kładu.
- Kąt obrotu = kąt kładu.
- Kład o kąt  $\Pi/2$  nazywamy kładem prostokątnym.
- Promień obrotu = promień kładu.
- Środek obrotu = środek kładu.

GWIRT: RZUT CECHOWANY - KŁAD



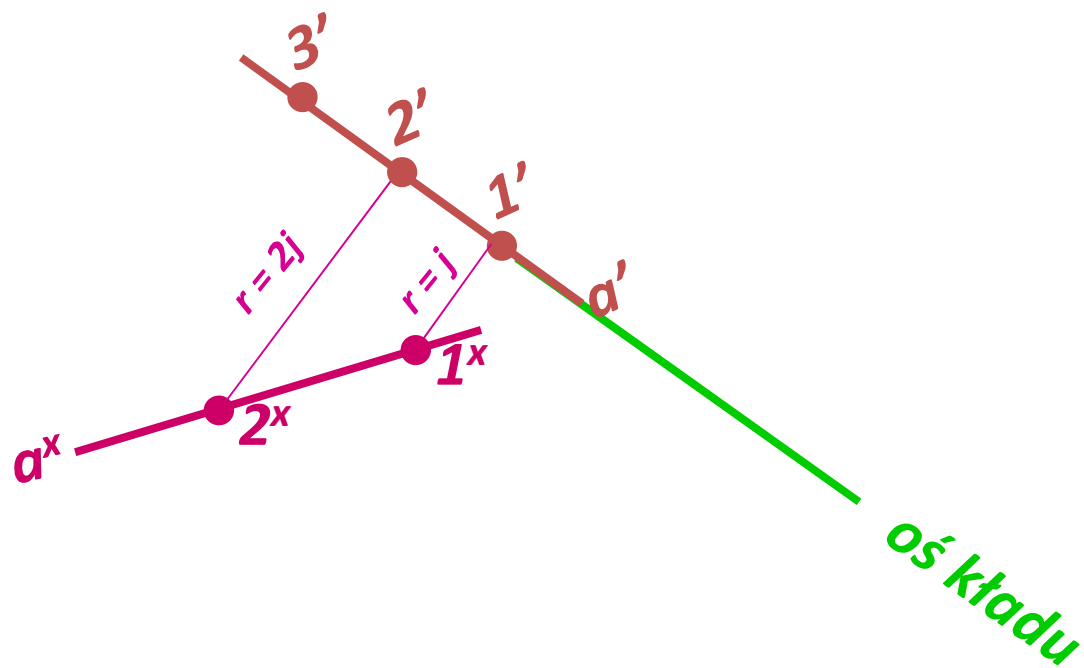
$j$



kład prostokątny punktu

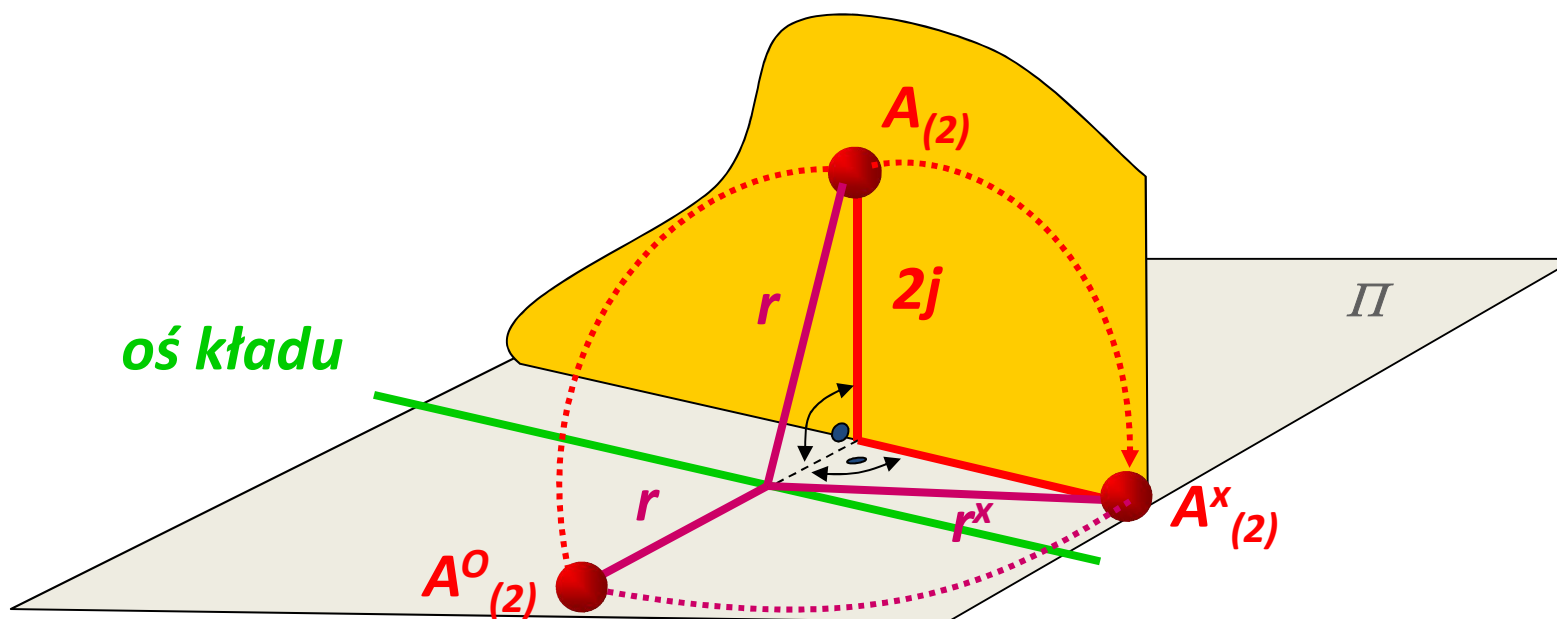
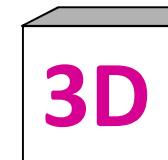
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - KŁAD

$j$



kład prostokątny prostej

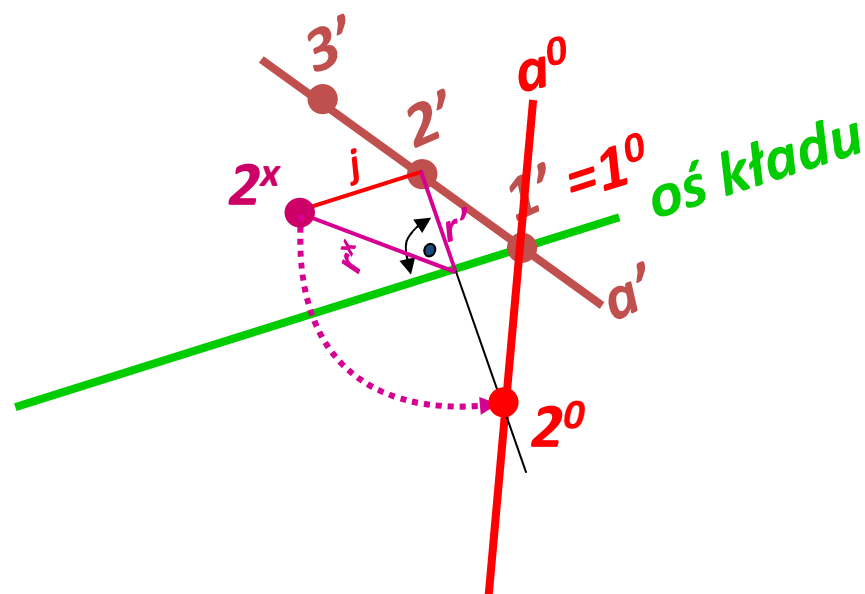
GWIRT: RZUT CECHOWANY - KŁAD



kład punktu

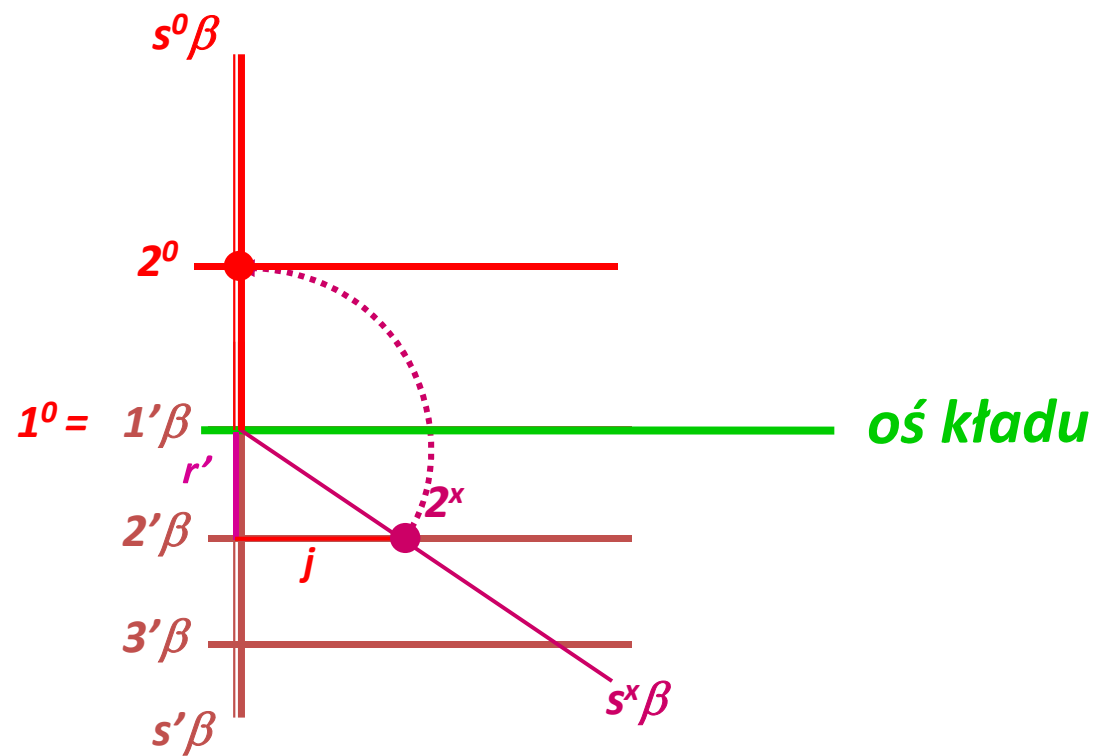
# GWIRT: RZUT CECHOWANY - KŁAD

*j*



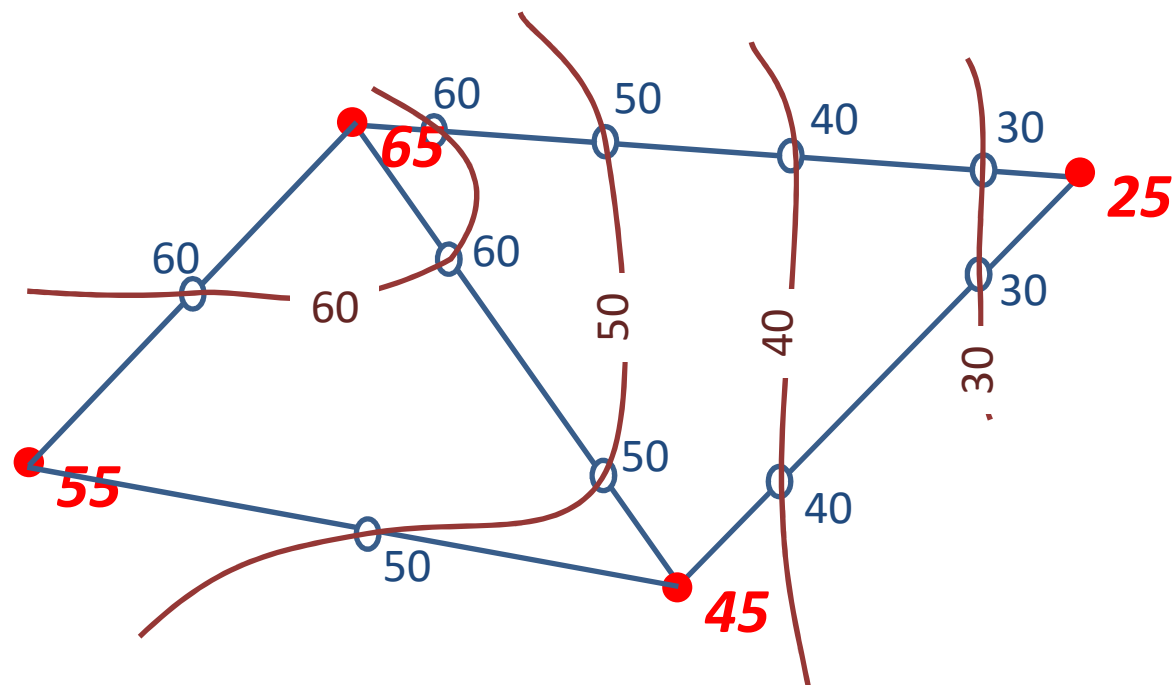
kład prostej

# GWIRT: RZUT CECHOWANY - KŁAD

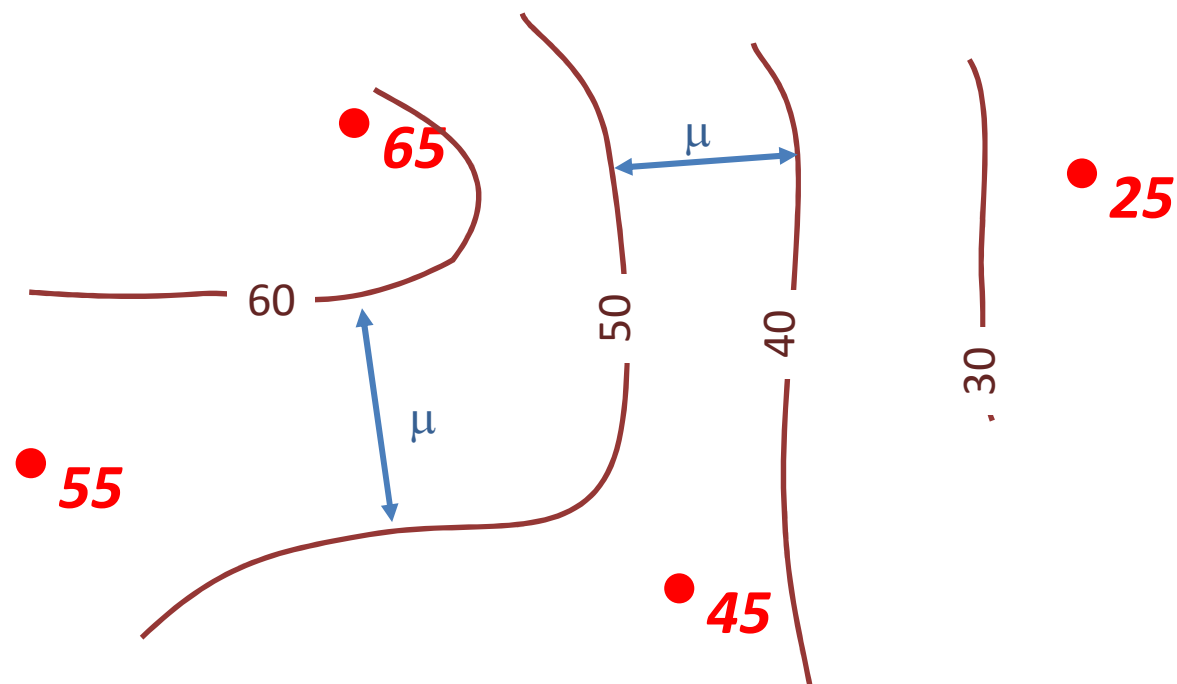


kład płaszczyzny

**GWIRT:** RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA

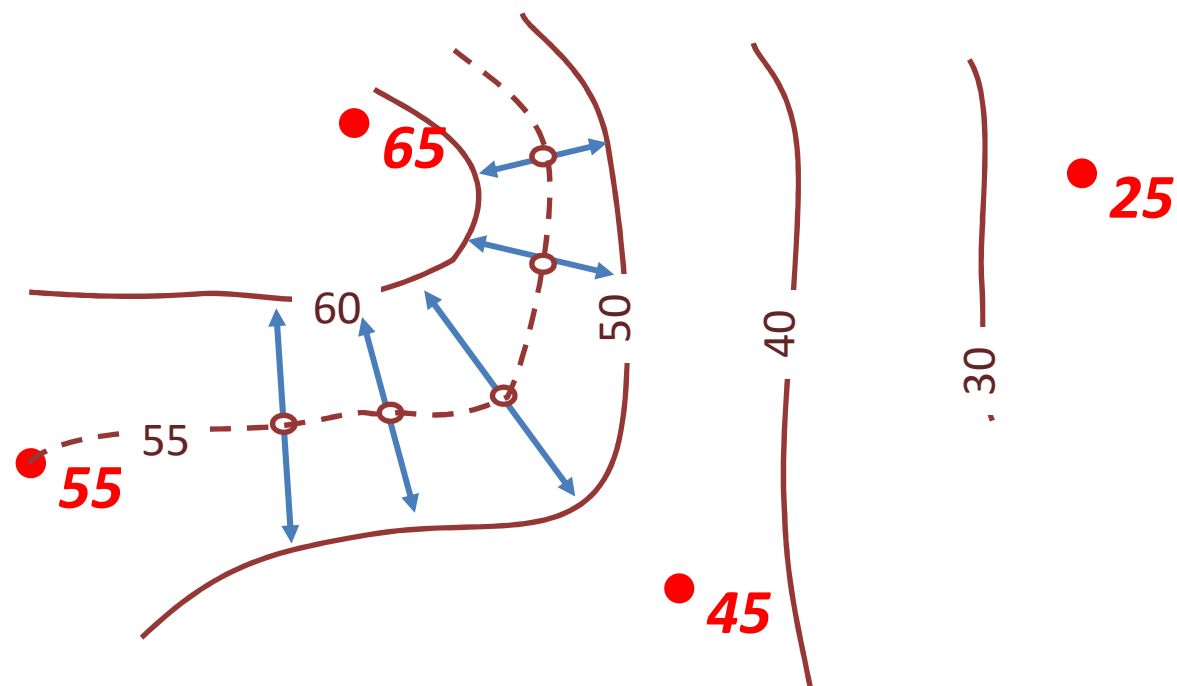


**GWIRT:** RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA

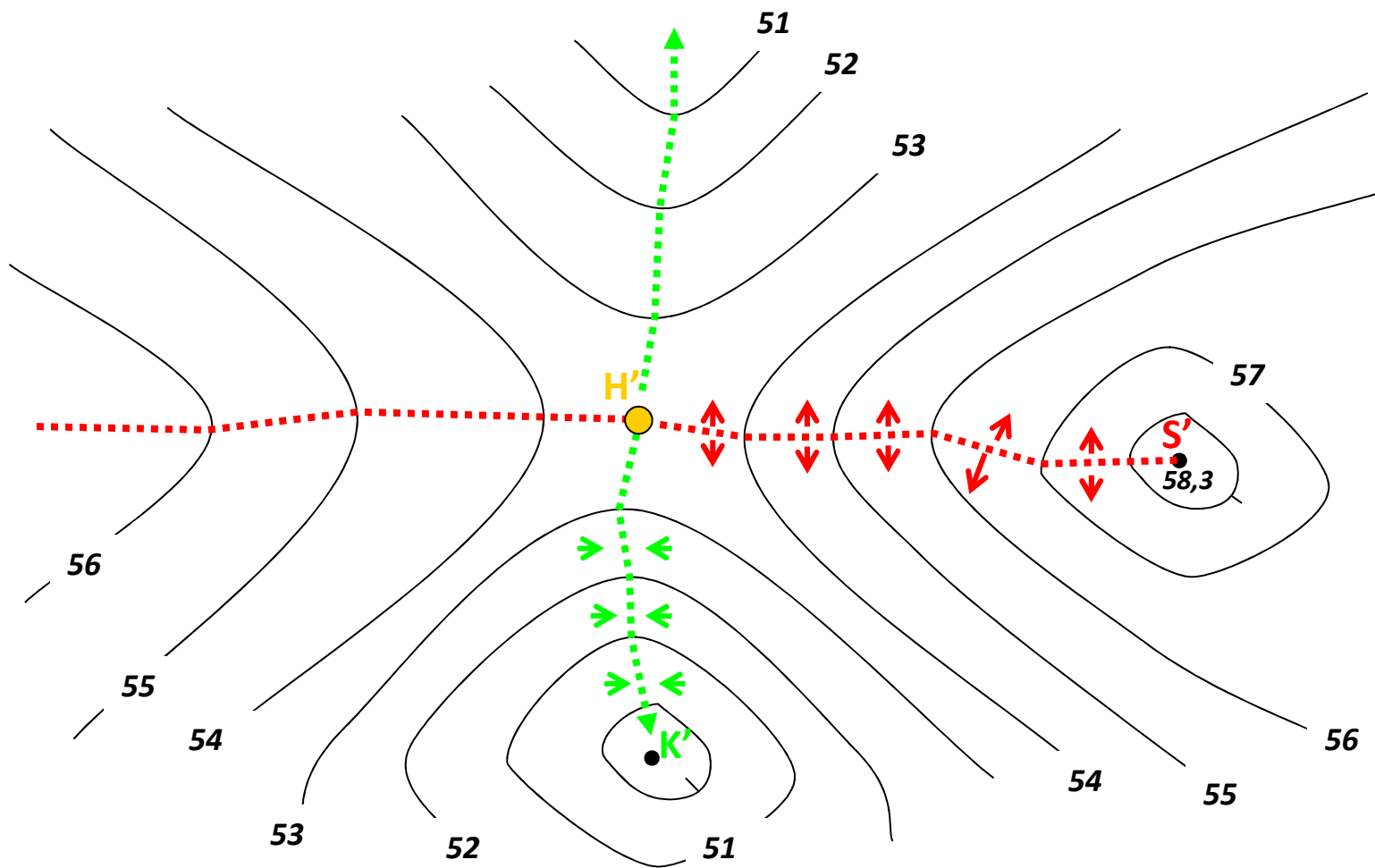




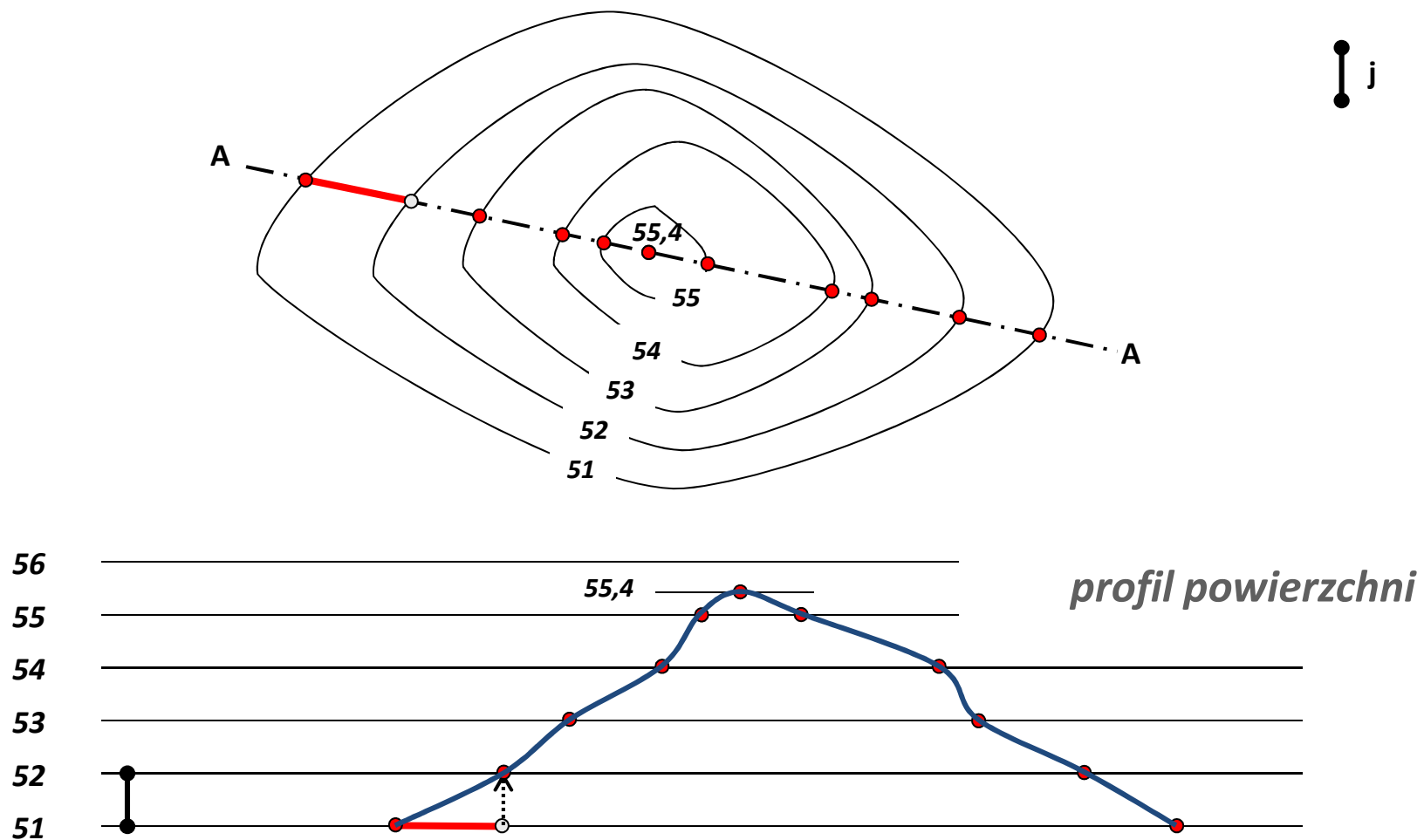
**GWIRT:** RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA



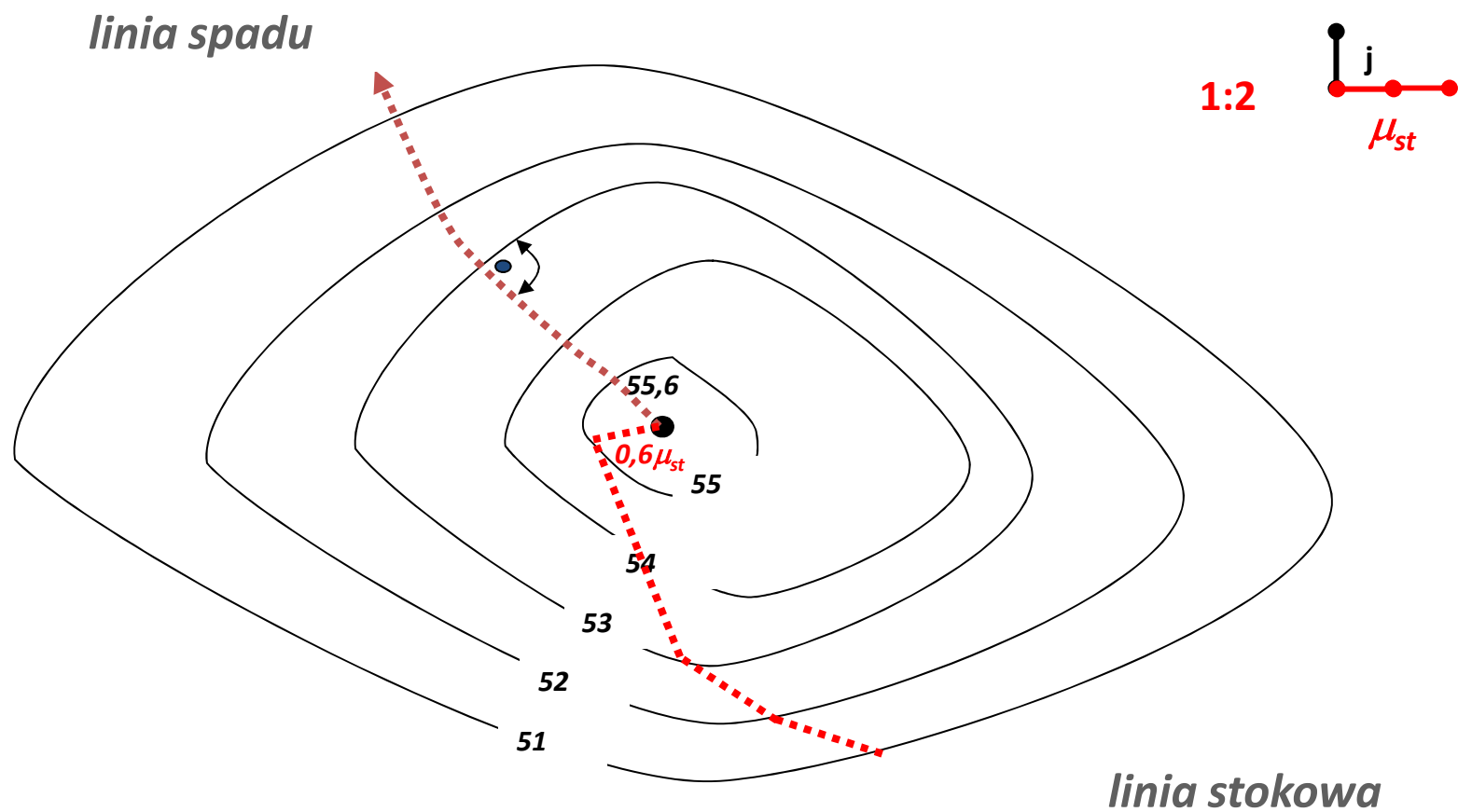
**GWIRT: RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA**



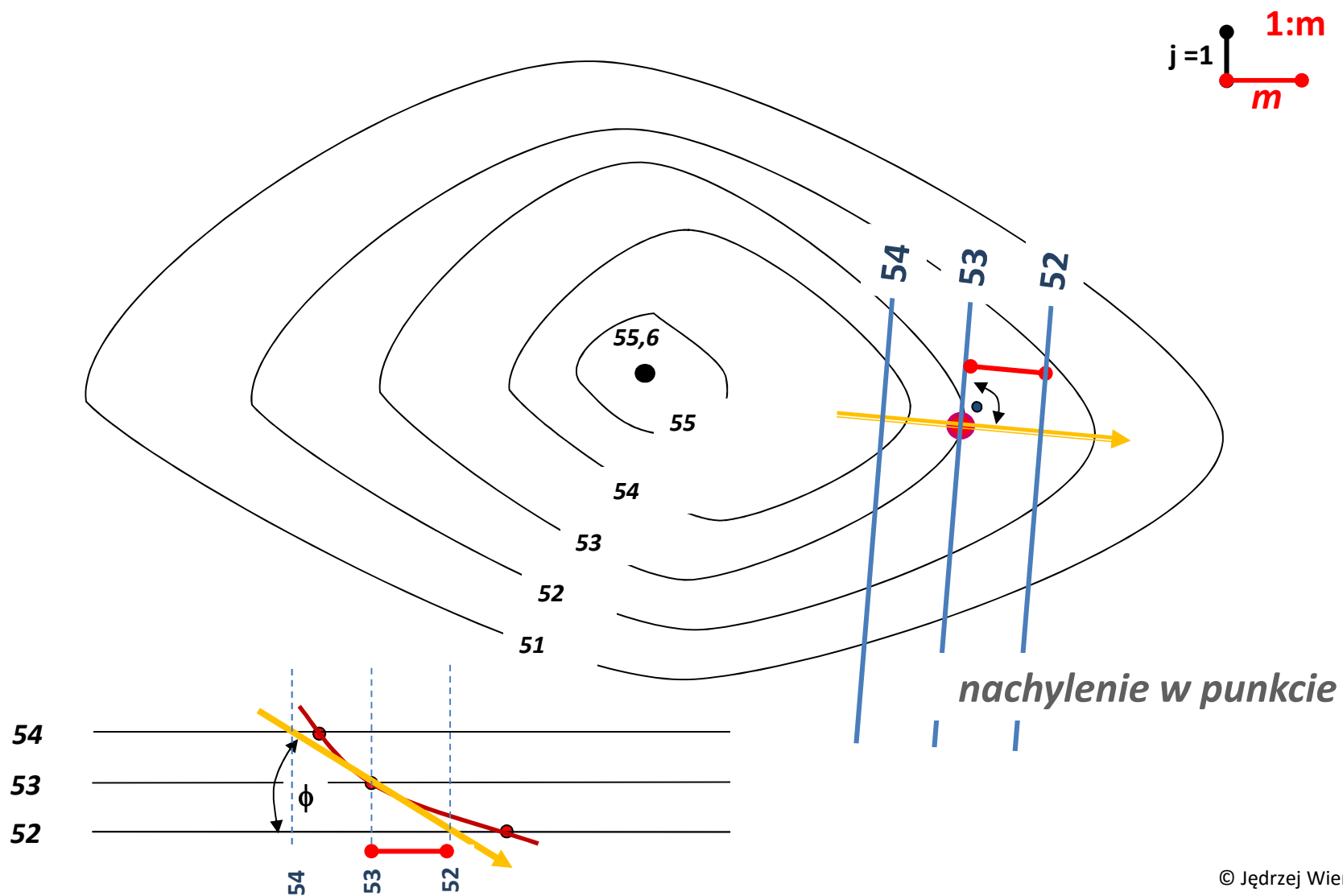
# GWIRT: RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA



# GWIRT: RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA



# GWIRT: RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA



# GWIRT: RZUT CECHOWANY – POWIERZCHNIA TOPOGRAFICZNA

przekrój dowolną  
płaszczyzną  $\alpha$

